



Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

STTIWUER DÍAZ-SOLÓRZANO^a

^aGrupo de Información y Comunicación Cuántica, Departamento de Física, Universidad Simón Bolívar, Sartenejas, Edo. Miranda 89000, Venezuela.

e-mail: sttiwuerdiaz@usb.ve, sttiwuer@yahoo.es

Índice

1. Introducción	3	5.2. Campo eléctrico para cargas puntuales	26
2. Carga eléctrica	3	5.3. Líneas de campo eléctrico	27
2.1. Conservación de la carga	6	5.4. Movimiento de carga en un campo eléctrico	28
2.2. Modelo atómico	10	6. Dipolo eléctrico	31
2.3. Cuantización de la carga	12	6.1. Campo de un dipolo eléctrico . . .	32
3. Modelos eléctricos y sus características	13	6.2. Dinámica de un dipolo eléctrico . .	33
3.1. Modelo de cómo cargar un cuerpo .	13	6.3. Trabajo realizado sobre un dipolo eléctrico	35
3.2. Polarización	15	7. Problemas	37
3.3. Conductores y aislantes	16		
4. Modelo de acción a distancia	18		
4.1. Ley de gravitación	18	Índice de figuras	
4.2. Ley de Coulomb	19	2.1. Experimento de Benjamin Franklin con una varilla	4
4.3. Principio de superposición	21	2.2. Experimento de Benjamin Franklin con dos varillas	4
5. Modelo de campo	23	2.3. Interacción eléctrica entre dos corchos con carga iguales.	5
5.1. Campo eléctrico	23		

Se permite la copia parcial o total de este material instruccional siempre que sea con fines de enseñanza o investigación u otra finalidad académica, tanto por profesores e investigadores como por bibliotecas públicas no comerciales. Se permite citar libremente cualquier parte de este material, siempre y cuando se señale u otorgue explícitamente el crédito acostumbrado en las referencias. Se prohíbe la reimpresión y distribución parcial o total del material sin el debido consentimiento por escrito de los autores bajo cualquier circunstancias distintas a las antes descrita.

TODOS LOS DERECHOS RESERVADOS

©2016, USB, Departamnto de Física.

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

<p>2.4. Interacción eléctrica entre dos corchos con cargas diferentes. 5</p> <p>2.5. Modelo de carga y descarga de un dispositivo tipo capacitor 8</p> <p>2.6. Representación muy expresiva de un átomo según el modelo atómico de Bohr. 10</p> <p>2.7. Ilustración de extracción e inclusión de un electrón. 11</p> <p>3.8. Extracción e inclusión de un electrón por contacto. 14</p> <p>3.9. Carga de un cuerpo por inducción . 14</p> <p>3.10. Representación exagerada para una estructura dipolar de algún material neutro. 15</p> <p>3.11. Representación exagerada para una estructura dipolar de algún material neutro en presencia de un cuerpo inductor. 15</p> <p>3.12. Polarización de un material neutro. 16</p> <p>3.13. Distribución de carga en un conductor en equilibrio electrostático. . . . 16</p> <p>4.14. Representación vectorial de la Ley de Coulomb 20</p> <p>5.15. Representación geométrica de un campo eléctrico homogéneo 24</p> <p>5.16. Representación geométrica de un campo eléctrico estacionario o constante 24</p> <p>5.17. Representación geométrica de un campo eléctrico uniforme 25</p> <p>5.18. Líneas de fuerza o de campo eléctrico, el vector campo eléctrico es tangente a cada una de las curvas, las cuales a su vez no se cruzan en algún punto del espacio a menos que exista una fuente localizada allí. . . 27</p>	<p>5.19. Líneas de campo para cargas puntuales fijas. A la derecha (izquierda) se muestra las líneas de fuerza para una carga positiva (negativa). Estas líneas son rayos que salen (entran) de a la carga. 28</p> <p>5.20. Deflexion de una partícula cargada en un campo eléctrico uniforme. . . 30</p> <p>5.21. Deflexion de dos partículas de igual carga pero de diferentes valores de masa, en un campo eléctrico uniforme. 30</p> <p>6.22. dos cargas de igual magnitud pero de signo opuestos es denominado dipolo eléctrico, la linea segmentada se denomina eje dipolar. 31</p> <p>6.23. se muestra el campo electrico generado por un dipolo que se encuentra estacionario, a lo largo de la recta perpendicular al eje del dipolo y que pasa por el punto medio de las cargas. El momento dipolar \vec{p} del dipolo es antiparalelo al campo electrico generado por el dipolo. 32</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Índice de esquemas

2.1. Descripción dimensional de la carga eléctrica	6
2.2. Corriente media e instantánea . . .	9
5.3. Descripción dimensional del Campo eléctrico	24

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

Parte I.

1. Introducción

Desde los tiempos antiguos se observaba que algunos materiales se atraen o se alejan entre sí luego de haber sido frotados, esta nueva propiedad recibió el nombre de *electricidad*. Otros materiales, como la magnetita, producen el mismo efecto de atracción y repulsión pero sobre algunos materiales como pedazos de hierro y acero, pero éstos recibieron el nombre de materiales magnéticos, a pesar de que producen el mismo efecto que los materiales electrizados. Posteriormente se probó que ambas clases de fenómenos estaban relacionadas entre sí, la interconexión entre ambos efectos recibió el nombre de *electromagnetismo*. El estudio del electromagnetismo, bajo ciertas condiciones, puede ser separado en dos ramas: *Electrostática* y *Magnetostática*, Cada rama por separado toma en cuenta aquellos efectos eléctricos y magnéticos que no varían con el tiempo; en otras palabras, las fuentes de estos efectos son estacionarias. Las fuentes de los efectos eléctricos y magnéticos reciben el nombre de *carga eléctrica* y *corriente eléctrica*, esta última se construye a partir de cargas en movimiento, sin aceleración.

En este material se introducen las ideas básicas de carga y corriente (velocidad con la cual se transfiere la carga), así como la ley de conservación de la carga y su cuantización. También, se expone de forma breve el modelo atómico de Bohr y los modelos de acción a distancia y de campo; para luego exponer las ideas de dipolo eléctrico y campo eléctrico, así como su estado de polarización. Adicionalmente, se construye el momento dipolar eléctrico para un sistema de cargas. Finalmente, se estudia la interacción de un campo electrostático sobre cargas puntuales.

2. Carga eléctrica

Thales de Mileto (matemático griego, 640-546 AC) fue el primero en comprobar que al frotar el ámbar con un paño de lana adquiría propiedades de atraer objetos muy ligeros, como pequeñas plumas. Esta interacción recibió el nombre de *electricidad*, dicha palabra deriva del griego *ἤλεκτρον*. Posteriormente Stephen Gray comprobó que si una varilla de vidrio, electrizada por frotamiento, se une mediante un alambre a un corcho éste también queda electrizado, mientras que si la unión se hace a través de un hilo de seda el corcho no se electriza. Lo cual dedujo que el fenómeno de electricidad se transmite sobre ciertos materiales (que llamó *conductores*) y sobre otro no (que llamó *aisladores*). Finalmente, Francois du Fay frotó con tela de seda a dos varillas iguales de vidrio y comprobó que al acercarlas se repelían, lo mismo observó al frotar dos varillas de ámbar. Por el contrario, al frotar una varilla de vidrio con otra de ámbar, ambas electrizadas por frotamiento, observó que se atraían. Todos estos estados de electricidad conducen al concepto de carga eléctrica, y para su establecimiento examinaremos en forma detalladas dos experimentos teóricos (que son una idealización de los experimentos realizados por Benjamin Franklin), los cuales dan inicio a la interacción electrostática.

Los experimentos que discutiremos a continuación son en realidad propuestas teóricas, que al momento de ser llevados a cabo deben generar los mismos resultados. Uno de estos experimentos teóricos consiste en frotar una varilla de vidrio y otra de ebonita (o ámbar), para luego aproximarlas a un trozo de corcho (o esfera pequeña de anime) en diversas secuencias: Una de las secuencias consiste en acercar cada varilla por separado al corcho, sin llegar al contacto. La otra secuencia consiste en acercar ambas varillas simultáneamente, sin que exista contacto entre ellas y el corcho. Este primer experimento da origen al estudio de la interacción eléctrica. Para determinar los estados de electricidad de la interacción eléctrica se lleva a cabo un segundo experimento teórico, que consiste en tocar dos trozos de corchos (o

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

dos esferas pequeñas de anime) a varillas electrizadas, después de haberlas frotados, para luego acercar los corchos y distinguir los estados de electricidad de un cuerpo.

☞ Experimento 1, parte A: Cuando se frota una varilla de vidrio con lana y se acerca a un trozo de corcho, que se encuentra suspendido mediante un hilo, éste se desvía de su posición vertical en un ángulo ϕ acercándose a la varilla, tal como se indica en la Fig. 2.1. Observándose una interacción atractiva. Cuando realizamos la misma experiencia con la varilla de ámbar o ebonita, después de frotarla, se observa que ocurre el mismo efecto mostrado en la referida figura.

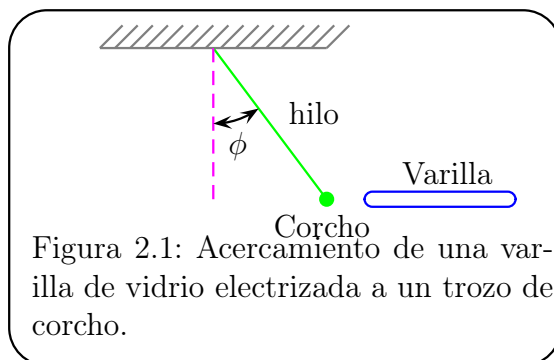


Figura 2.1: Acercamiento de una varilla de vidrio electrizada a un trozo de corcho.

Como el fenómeno es el mismo, se dice que ambos materiales son objetos de la misma interacción. El efecto que se producía al frotar las varillas se llamo en la antigüedad electricidad y en dicha época se decía que las varillas adquirían un estado electrizado. Este experimento resumen las experiencias de Thales de Mileto y Stephen Gray.

☞ Experimento 1, parte B: Se repite el experimento anterior pero ahora con dos varillas, tanto de vidrio como de ámbar o ebonita, después de ser frotadas. La intuición nos hace establecer dos hipótesis: La primera es que la desviación del hilo es mayor cuando se acercan ambas varillas sin tocarse, y la interacción es la “suma” de los efectos combinado. La segunda hipótesis es el efecto contrario, esto es, la desviación del corcho es menor a la indicada en la Fig. 2.1, estableciendo que la interacción eléctrica entre las varillas producen efectos contrario, como se muestra en la Fig. 2.2. Y en algunos casos es prácticamente nula, es decir $\alpha \approx 0$.

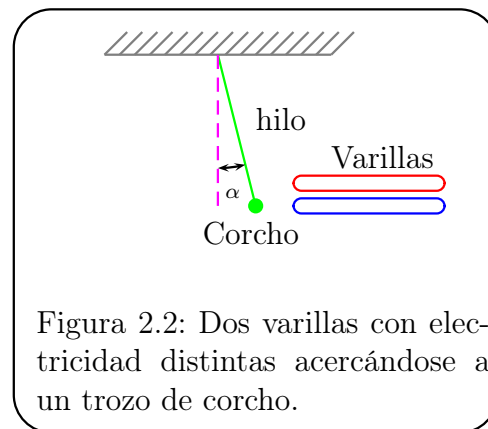


Figura 2.2: Dos varillas con electricidad distintas acercándose a un trozo de corcho.

Desde luego, si la desviación del ángulo α mostrado en la Fig. 2.2 hubiese sido más grande que el ángulo ϕ , de la Fig. 2.1, entonces ambas interacciones son manifestaciones de un mismo estado de electricidad. No obstante, la experiencia contradice esta intuición, así que el efecto producido por ambas varillas es contrario. Concluyéndose que existen dos estados de electricidad, uno que se manifiesta como el vidrio y otro que se manifiesta como el ámbar. Francois du Fay denominó a estos dos estados de electricidad como *vitrea* y *resinosa*, respectivamente. Sin embargo, fue la denominación dada por Benjamin Franklin que perduró, él caracterizó los estados de electricidad por medio de una cantidad llamada carga eléctrica, y para distinguir los dos estados de electricidad del estado neutro se le asigna a la carga un signo, mediante la siguiente regla:

- Diremos que un cuerpo está cargado positivamente, es decir, tiene carga positiva, cuando posee el mismo efecto que el vidrio electrizado o estado de electricidad vitrea.
- Diremos que un cuerpo está cargado negativamente, es decir, tiene carga negativa, cuando posee el mismo efecto que el ámbar electrizado, ebonita electrizado o estado de electricidad resinosa.

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

- Diremos que un cuerpo está descargado, es decir, tiene **carga neutra**, cuando no presente un estado de electricidad.

Para establecer el tipo de interacción entre las dos clase de electricidad, el cargado positiva y negativamente, procedemos a realizar un segundo experimento. El cual consiste en frotar cada varilla y transferirle por contacto el estado de electrización a dos corcho por separado. Luego se acercan ambos corchos electrizados sin que entren en contacto y observamos el tipo de interacción.

☞ Experimento 2, parte A: Se toca un trozos de corcho con una varilla de vidrio, la cual ha sido frotada previamente. Luego se repite el mismo procedimiento con un segundo trozo de corcho. Posteriormente, se acercan ambos trozos de corchos sin que sufran contacto uno con el otro, observándose un efecto de repulsión entre ambos corchos, tal como se muestra en la Fig. 2.3. Al repetir la experiencia A del experimento 2 con una varilla de ámbar o ebonita, en lugar de la varilla de vidrio, se observa el mismo efecto entre los corchos, concluyendo que dos cuerpo que posean el mismo estado de electricidad, por lo que la interacción se presenta de manera repulsiva cuando ambos corchos tienen el mismo estado de electricidad.

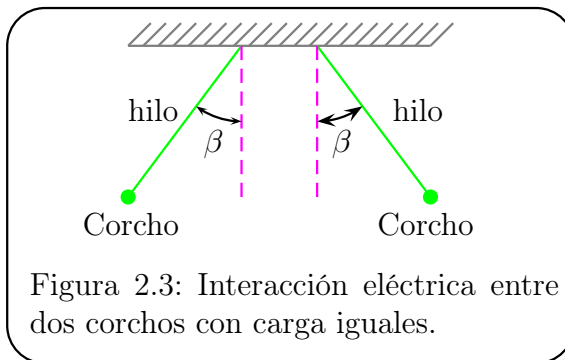


Figura 2.3: Interacción eléctrica entre dos corchos con carga iguales.

☞ Experimento 2, parte B: Ahora tocamos un trozo de corcho con la varilla de vidrio electrizada y el otro trozo de corcho con la varilla de ámbar o ebonita, después que ambas varillas han sido previamente frotadas. Con ello se consigue que ambos corchos posean los estados de electricidad del vidrio y el ámbar, respectivamente. Posteriormente, se acercan los corchos sin sufrir contacto alguno, observándose una atracción entre ellos, tal como se presenta en la Fig. 2.4.

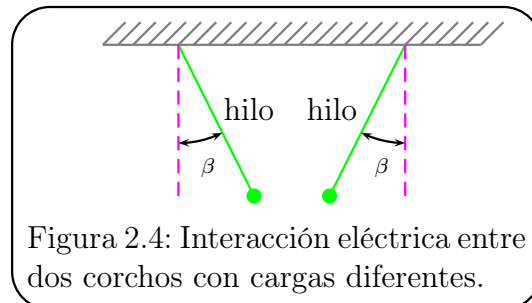


Figura 2.4: Interacción eléctrica entre dos corchos con cargas diferentes.

Estas experiencias colocan en evidencia el efecto que tienen los dos estados de electricidad, en un caso existe una interacción repulsiva y para el otro una interacción atractiva. Lo cual permite establecer la siguiente ley:

- ☞ Dos cuerpos con el mismo estado de electricidad, es decir, con el mismo tipo de carga (bien sea positiva o negativa), manifiestan una interacción del tipo repulsiva.
- ☞ Dos cuerpos con diferentes estados de electricidad, es decir, con diferentes tipos de carga (bien sea una positiva y otra negativa o viceversa), manifiestan una interacción del tipo atractiva.

Por lo expuesto arriba, concluimos con el siguiente hecho fundamental,

Definición de carga eléctrica

Para caracterizar el estado de electricidad de un cuerpo se define una cantidad llamada carga eléctrica, representada por el símbolo Q ó q . Con la propiedad de ser positiva o negativa, estableciéndose una interacción atractiva cuando las cargas son de signo opuesto y repulsiva cuando el signo de las carga es el mismo.

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

La carga eléctrica de un cuerpo está en la misma igualdad de condición que la masa de un cuerpo, por tal razón todo cuerpo o partícula está caracterizada por lo menos con dos atributos fundamentales su carga y masa. La carga, a diferencia de la masa, puede ser positiva, negativa o nula, en éste último caso se dice que la partícula o el cuerpo se encuentra desprovista de carga, es decir, se encuentra en estado neutro. En el sistema internacional (SI), la unidad empleada para la carga eléctrica es el **Coulomb** y es denotada como **C**, mientras que en el sistema CGS gaussiano la carga eléctrica es el **statucoulomb** o también conocida como el **franklin**, denotados respectivamente por **ues** y **Fr**. La carga eléctrica no es una magnitud física fundamental sino de deriva, siendo corriente eléctrica (I) la magnitud fundamental empleada en el electromagnetismo, cuya unidad en el sistema internacional es el **Amperio**, denotada como **A**, de manera que $1\text{C} = 1\text{A} \cdot \text{s}$ y $1\text{C} = 3 \times 10^9\text{ues}$. En este contexto, la dimensiones para la carga eléctrica es el producto de corriente por segundo,

Magnitud	Símbolo	Dimensión	Unidad		Equivalencia
			MKS	CGS	
Escalar	Q ó q	IT	C (Coulomb)	ues o Fr (statcoulomb o Franklin)	$1\text{C} = 1\text{A} \cdot \text{s}$ $1\text{C} = 3 \times 10^9\text{ues}$

T e I indican dimensiones de tiempo y corriente, respectivamente; ues (statucoulomb) y Fr (Franklin) son la unidades para la carga electrica en el sistema gaussiano CGS, mientras que A (amperios) es la unidad de la corriente en MKS.

Esquema 2.1: Se muestra la descripción dimensional de la carga eléctrica, donde se muestra el tipo de magnitud física, el símbolo empleado para dicha magnitud, la dimensión, la unidad en MKS y CGS, así como su equivalencia en ambos sistema

2.1. Conservación de la carga

Así como la masa de un cuerpo se puede componer de la suma de partes más elementales (entidades más pequeñas), para la carga ocurre lo mismo es decir, la carga de un cuerpo es la suma algebraica de las cargas positivas y negativas de sus entidades más elementales. Por ello un cuerpo que posee igual cantidad de carga negativa que positiva, se dice que está *eclécticamente neutro* de lo contrario se dice que está cargado.

Un sistema se encuentra aislado eléctricamente, cuando no se permite la transferencia de carga eléctrica al mismo, es decir no entra ni sale carga de los limites que se han destinados para definir al sistema. Estos sistemas exhiben la conservación de la carga, ya que al no haber transferencia la carga se mantiene en el tiempo.

Conservación de la carga eléctrica

Todo sistema aislado posee una carga neta que no varia en el tiempo, a menos que sobre él se le agregue o quite carga. En consecuencia, si Q es la carga neta de un sistema aislado, ésta se conserva siempre que se verifique

$$\frac{d}{dt}Q(t) = 0 \quad \therefore \quad Q(t) = Q(t_0) \quad \forall t \in \mathbb{R}. \tag{2.1}$$

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

Bajo este esquema queda claro que (2.1) es la forma operacional de establecer la conservación de la carga de todo sistema aislado, cuyo valor no puede cambiar a medida que el tiempo transcurre, sin embargo, puede existen situaciones donde puede ocurrir que la carga de un cuerpo se distribuya de manera no uniforme sobre una región limitada del espacio, en cuyo caso nos remitiremos a la sección de distribución continua de carga; por ahora nos limitaremos a describir situaciones en que la carga de un cuerpo permanece constante o ésta puede ser transferida al entorno bien sea mediante u proceso de carga o descarga.

Ejemplo 2.1 * * * * *

Se coloca sobre una esferas metálica una carga $Q = 3C$, si luego se une a otra esfera de carga $q = -2C$, Suponga que la redistribución de carga después de su separación se da según la fracción de $Q/q = 2/3$. Calcule:

hiciera con una tercera esfera, idéntica a las dos primeras e inicialmente descargada ($Q_0 = 0C$), tocando primero una de las esfera y luego a la otra ¿se obtendrían los mismos resultados?.

↪ La carga neta de las dos esferas unidas. En este caso, como ambas esferas se encuentran aislada y no es posible transferir carga al medio, se tendrá por conservación de la carga que:

$$Q + q = 1C$$

↪ En primer lugar, al poner en contacto la esfera de carga Q con la tercera carga Q_0 ambas esferas quedarán con una carga de $Q + Q_0 = 3C$; luego al retirar la tercera carga de la primera, por ser idénticas, ambas quedarán con la mitad de la carga, esto es $Q_0 = Q = \frac{3}{2}C$.

↪ La carga de ambas esferas luego de separarlas. En este caso, después de separar ambas cargas se sabe que $Q/q = 2/3$, por lo que habrá que resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} Q + q = 1C \\ 3Q - 2q = 0C \end{cases} \therefore Q = \frac{2}{5}C \text{ y } q = \frac{3}{5}C$$

↪ En segundo lugar, al poner en contacto la tercera esfera, que tiene carga $Q_0 = \frac{3}{2}C$, con la segunda esfera por conservación de la carga se tendrá que la carga de ambas esferas en contacto es $Q_0 + q = \frac{3}{2}C - 2C = -\frac{1}{2}C$. Al separar ambas esfera ellas quedarán con la mitad de esta carga, por lo que finalmente se tendrá los siguientes valores de cargas para las tres esferas:

$$Q = \frac{3}{2}C, \quad q = -\frac{1}{4}C \quad \text{y} \quad Q_0 = -\frac{1}{4}C.$$

Ahora suponga que las esferas son idénticas y en lugar de ponerse en contacto las dos esferas, se

* * * * *

Hasta la actualidad nos se ha hallado excepción a la ley de conservación, esto quiere decir que la carga no se crea ni se destruye sólo se transfiere de un sistema a otro; de manera que la variación temporal de la carga mide la velocidad con la cual se transfiere dicha carga. Por ello se establecen las siguientes reglas:

- ↪ Si la velocidad con la cual se transfiere la carga es positiva entonces la carga crece y el sistema adquiere carga de su entorno, cumpliéndose que $\frac{d}{dt}Q(t) > 0$.
- ↪ Si la velocidad con la cual se transfiere la carga es negativa entonces la carga decrece y el sistema cede carga a su entorno, cumpliéndose que $\frac{d}{dt}Q(t) < 0$.

Sobre la base de este hecho se debe conocer un modelo matemático para la carga eléctrica, en cuyo caso tendremos una función matemática que describe a la carga de un cuerpo. Por ejemplo, consideremos un

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

cuerpo cuya carga viene dada por

$$Q(t) = Q_0[\text{sen}^2(\omega t) + \frac{1}{2} \cos(2\omega t)]. \quad (2.2)$$

Para ver si la carga se conserva basta derivar esta cantidad respecto al tiempo, obteniendo que

$$\frac{d}{dt}Q(t) = Q_0[2\omega \text{sen}(\omega t) \cos(\omega t) - \frac{2\omega}{2} \text{sen}(2\omega t)] = Q_0\omega[\text{sen}(2\omega t) - \text{sen}(2\omega t)] = 0 \frac{C}{s}.$$

Esto demuestra que la carga (2.2) es una constante, para conocer el valor de dicha constante basta sustituir cualquier tiempo arbitrario, digamos $t = 0s$, resultando que:

$$Q(0s) = Q_0[\text{sen}^2(0) + \frac{1}{2} \cos(0)] = \frac{Q_0}{2} \implies Q(t) = \frac{Q_0}{2}.$$

Esto demuestra que la carga (2.2) es efectivamente una constante, y la función matemática puede ser llevada a una constante mediante una identidad, que en este caso viene dada por:

$$\cos(2\omega t) = \cos^2(\omega t) - \text{sen}^2(\omega t) = 1 - 2\text{sen}^2(\omega t) \quad \therefore \quad \text{sen}^2(\omega t) + \frac{1}{2} \cos(2\omega t) = \frac{1}{2}.$$

En este sentido, se dice que la función matemática a la izquierda de la igualdad dada arriba es una constante no trivial.

Analicemos algunos modelos de descarga y carga que frecuentemente ocurre en algunos dispositivo electrónico, como es el caso del capacitor; para estos dos proceso se puede proponer, respectivamente, los siguientes modelos matemáticos

$$Q_d(t) = Q_0 e^{-t/\tau} \quad \text{y} \quad Q_c(t) = Q_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad (2.3)$$

donde Q_0 y τ son constantes positivas con dimensiones de carga y tiempo, respectivamente. Las representaciones gráficas de estas cargas se muestran en la Fig. 2.5. A la izquierda, se muestra claramente un proceso de descarga, donde el valor inicial del carga Q_0 se obtiene haciendo $t = 0s$ en la función matemática, luego para un tiempo muy largo (teóricamente $t \rightarrow \infty$) el dispositivo se encuentra completamente descargado, esto es, $\lim_{t \rightarrow \infty} Q_d(t) = 0c$. El tiempo de relajación t_r es el tiempo a partir del cual los cambio de la carga del dispositivo no son tan marcados (es decir, son "casi" constantes), dicho tiempo se obtiene a partir del punto de corte con el eje temporal de la recta tangente a $Q(t)$ en el instante

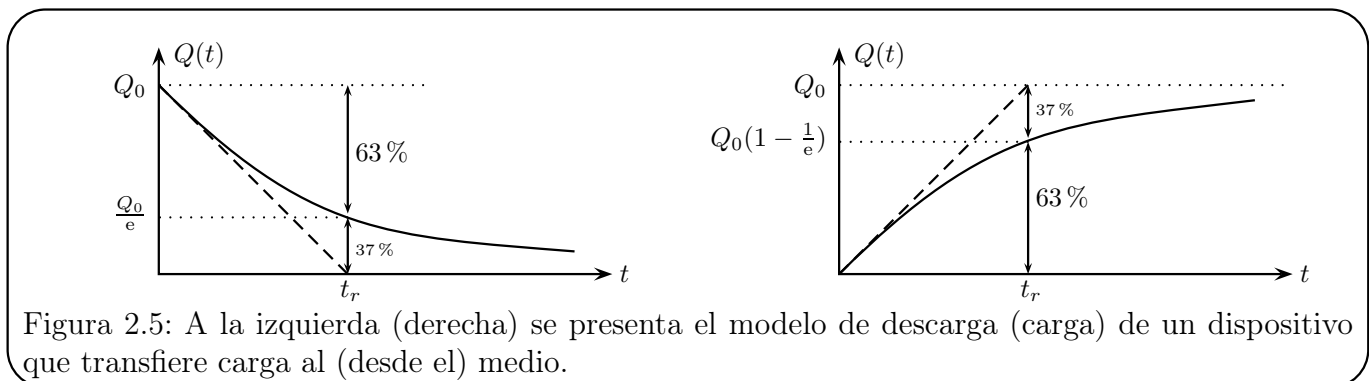


Figura 2.5: A la izquierda (derecha) se presenta el modelo de descarga (carga) de un dispositivo que transfiere carga al (desde el) medio.

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

inicial, dicha recta es representada mediante línea segmentada en la Fig. 2.5. Bajo estas consideraciones se tiene que el tiempo de relajación para el proceso de descarga se obtiene mediante la relación

$$-\frac{Q_0}{t_r} = \left. \frac{d}{dt} Q_d(t) \right|_{t=0s} \implies -\frac{Q_0}{t_r} = -\frac{Q_0}{\tau} \quad \therefore \boxed{t_r = \tau} \quad (2.4)$$

A partir de este tiempo el dispositivo se ha descargado aproximadamente un 63% de su valor inicial, es decir, tiene una carga aproximadamente del 37% de su valor inicial; esto es,

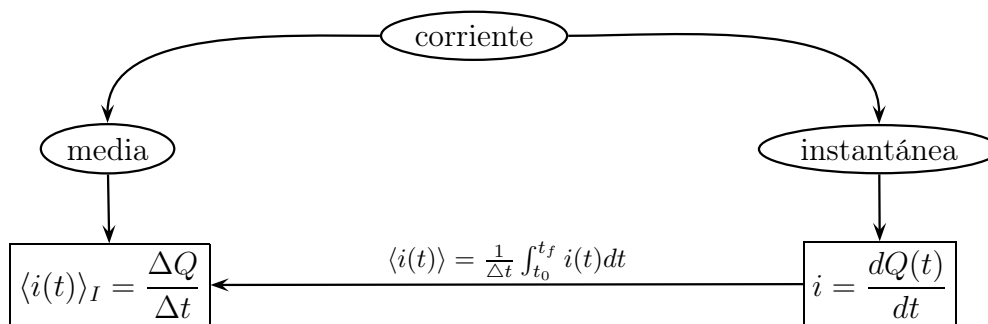
$$Q_d(\tau) = Q_0 e^{-1} = \frac{Q_0}{e} \implies \frac{Q_d(\tau)}{Q_0} \times 100\% = \frac{100\%}{e} \approx 37\% \text{ de carga.} \quad (2.5)$$

Para el proceso de descarga podemos ver que la velocidad con que la carga disminuye viene dado por la derivada respecto al tiempo, esto es,

$$\frac{d}{dt} Q_d(t) = -\frac{Q_0}{\tau} e^{-t/\tau} < 0 \frac{C}{s} \quad (2.6)$$

En cambio, a la derecha de la Fig. 2.5, en el proceso de carga del dispositivo se encuentra inicialmente ($t = 0s$) descargado, en efecto, $Q_c(0s) = 0C$, luego se va cargando hasta alcanzar la carga Q_0 en un tiempo muy largo (teóricamente $t \rightarrow \infty$). En cuanto al tiempo de relajación del sistema se tiene que es el mismo ($t_r = \tau$) y para dicho tiempo el dispositivo le falta un 37% para obtener su carga total.

La velocidad con que se transfiere la carga eléctrica de un dispositivo puede ser interpretada como una especie de flujo o movimiento de carga de un sitio a otro, tal movimiento recibe el nombre de **corriente eléctrica**, a pesar de que este concepto será abordado en detalle más adelante podemos dar algunas definiciones importantes. Como toda velocidad, existen al menos dos formas de medir la transferencia de carga eléctrica, conocidas como **corriente instantánea** y **corriente media**. La primera representa el flujo de carga neta que pasa por una superficie en un tiempo dado, mientras que la segunda representa el flujo de carga neta que pasa a través de la misma superficie durante un intervalo de tiempo dado. En tal sentido, ambas cantidades comparan el cambio de carga eléctrica, infinitesimal y finito, en relación a los mismos cambios de tiempo en que ocurre la transferencia. El esquema 2.2 se muestran los dos tipos de corrientes.



Esquema 2.2: Tipología para la corriente eléctrica en instantánea y media. La corriente media se puede estipular a partir del valor medio de la corriente instantánea.

La corriente media se entiende como un promedio temporal de la corriente instantánea en un intervalo de tiempo $\Delta t = t_0 - t_f$, esto es,

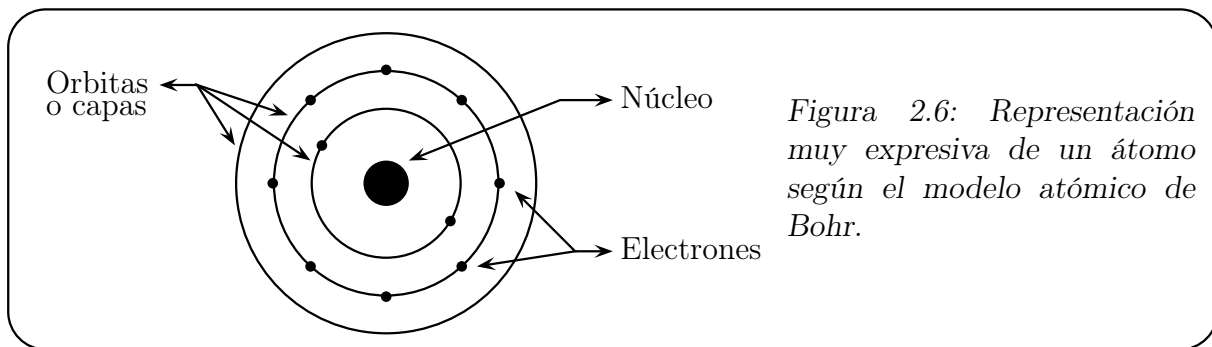
$$\langle i(t) \rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_f} i(t) dt = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_f} \frac{dQ(t)}{dt} dt = \frac{Q(t_0) - Q(t_f)}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t}. \quad (2.7)$$

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

De la expresión (4.10) resulta claro que la corriente media coincide con la instantánea cuando esta última permanece constante con el tiempo; por consiguiente, $i(t)$ sale de la integral y se obtiene que $\langle i(t) \rangle = i(t)$. Bajo esta condición se dice que la **corriente es continua**, en dicho caso la carga cambia con el tiempo de manera uniforme, es decir, si la corriente $i(t) = I_0$ entonces la carga varía con el tiempo según la forma $Q(t) = Q_0 + I_0 t$.

2.2. Modelo atómico

Los átomos son las partículas más pequeñas de un cuerpo, que no se pueden seguir dividiendo sin que pierdan sus propiedades, por este motivo a los átomos se denominan materia base ó elemento. En la antigüedad se consideraba que los átomos eran las partículas más pequeñas que existían, después surgió el modelo ideado por el físico Niels Bohr, el cual constituye una representación muy expresiva de los átomos (ver Fig.2.6), y que a su vez estos se conforman en partículas más diminutas. De hecho, la estructura de un átomo, según este modelo, consiste de un **núcleo** con carga positiva (que llamaremos **carga nuclear**) y alrededor de éste orbitan un conjunto de partículas con carga negativa, las cuales reciben el nombre de **electrones**. La totalidad de los electrones que orbitan alrededor del núcleo, se llama nube electrónica.



Según éste modelo, los electrones están en orbitas bien determinadas (llamadas capas) y son los responsables de los enlace químicos, por ejemplo el enlace entre dos átomo de hidrógeno (H) con un átomo de oxígeno (O) forma el vital liquido para la vida (el agua, H_2O). Además de ser responsable directa de la conducción eléctrica y de la ionización del átomo (mecanismo que permite explicar como un cuerpo adquiere carga), entre otros. Cada capa admite un número máximo de electrones,

$$N_{max} = 2n^2 \quad \text{donde } n \text{ es el número de la capa,}$$

cada capa es denotada mediante una letra mayúscula latina, comenzando por la letra K y terminando por la Q , notación usada por los espectroscopista. De las sietes capas que se conocen la quinta, sexta y séptima no se encuentran completamente llenas.

n	1	2	3	4	5	6	7
capas	K	L	M	N	O	P	Q
N_{max}	2	8	18	32	50	72	98

A su vez, el núcleo está compuesto por dos tipos de partículas, las cuales reciben el nombre de **protones** y **neutrones**; los protones son los responsable de la carga nuclear y los neutrones (que no poseen carga eléctrica) son los responsables de mantener unido a los protones en el núcleo debido al efecto de repulsión eléctrica entre ellos.

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

Los átomos que normalmente se encuentran en la naturaleza son eléctricamente neutro, por consiguiente la cantidad de protones en el núcleo es igual a la cantidad de electrones que posee el átomo en todas su capas; esto debe se así para compensar la carga neta de los electrones y mantener al átomo neutro. En tal sentido, la carga nuclear es igual a la carga neta de todos los protones y dicho valor es igual a la carga de todos los electrones con signo cambiado. Si un átomo posee N_e electrones y cada uno de ellos con carga q_e , entonces su carga nuclear es $q_{nuclear} = -N_e q_e$, el signo se debe a que $q_e < 0$.

La fuerza que mantienen unidos a los protones unidos al núcleo, son mas intensas que la fuerza de repulsión debida a sus cargas. Estas interacción, reciben el nombre de *fuerza fuerte* y su rango de interacción es de corto alcance, de manera que la intensidad disminuye a medida que se separan los protones y neutrones del núcleo, predominando la interacción eléctrica, la cual es de largo alcance.

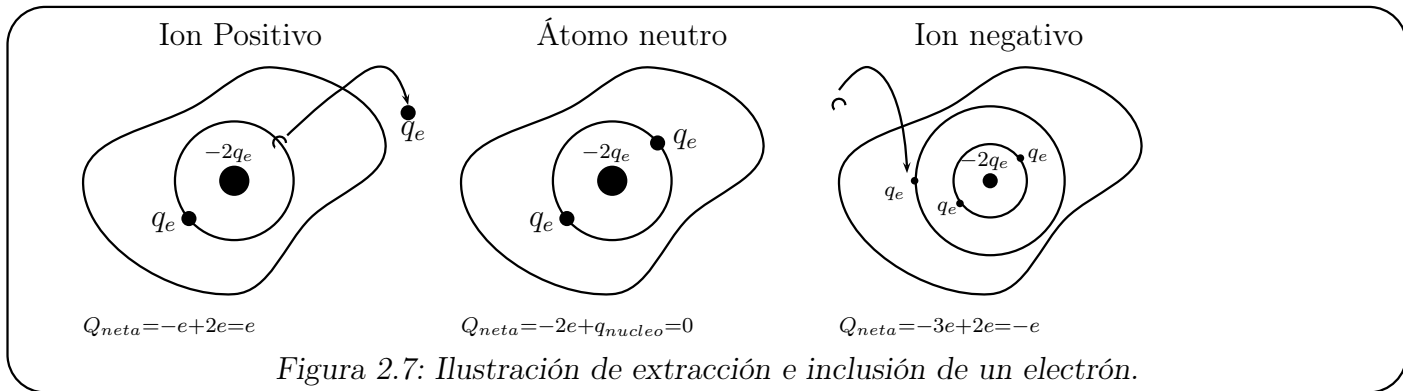
Problema 2.1 🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠🏠
 Un átomo tiene hasta su capa N llena, (a) indique el número de electrones por capa que posee el átomo; (b) si la carga de un electrón es $-e$ ¿cuánta carga posee el núcleo para que esté neutro el átomo?
Respuesta: (a) capa K (2), L (8), M (18) y N (32) (b) $Q_{nucleo} = 60e$

Hasta tiempos recientes se pensó que los *neutrones* y *protones* eran partículas elementales. Ahora se sabe que en realidad son una mezcla de entidades más pequeñas llamadas **quarks**. Estas nuevas partículas están confinadas dentro de los protones y neutrones por fuerzas mucho más poderosas que la electromagnética. Y aparentemente estas partículas, no son susceptibles a ser detectados como entidades separadas.

Los átomos que son cargados (también llamados **iones**) pueden explicarse a través de la estructura atómica; se dice que un átomo está cargado positivamente o es un ion positivo cuando hay un deficit de electrones en su estructura atómica, y un átomo se dice que está cargado negativamente cuando tiene una ganancia de electrones en su estructura atómica. Lo cual permite clasificar a los iones en,

- ⇒ Ion positivo: son aquellos átomos que poseen un deficit de electrones.
- ⇒ Ion negativo: son aquellos átomos que poseen una ganancia de electrones.

Por ejemplo, un átomo que contiene su capa K llena y naturalmente se encuentra neutro, puede ser ionizado cuando se le extrae o agrega un electrón de carga $-e$, tal como se muestra en Fig. 2.7. Según la conservación de la carga, el electrón agregado debe provenir de otro átomo necesariamente.



Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

2.3. Cuantización de la carga

En la naturaleza todas las cargas se forman a partir de una carga elemental o también llamada carga fundamental, la cual denotaremos con el símbolo e . En consecuencia, las cargas no pueden tomar cualquier número real y por consiguiente, cualquier carga encontrada en la naturaleza debe ser un múltiplo entero de la carga elemental e . Así,

$$Q_N = \pm Ne \quad \text{donde } N = 1, 2, 3, \dots, \infty.$$

Sin embargo el valor de la carga elemental es tan pequeña, que cualquier cantidad de carga macroscópica puede ser considerada como un número real aunque estrictamente hablando esto no sea verdad. Tal afirmación se debe a que la diferencia entre dos valores de cargas consecutivos no es perceptible a un instrumento de medición, ya que el rango de escalas que se necesita para medir el carácter discreto o corpuscular de la carga debe ser del mismo orden de magnitud que el de la carga fundamental, ya que $Q_{N+1} - Q_N = e \rightarrow 0$, microscópicamente hablando.

Este hecho se conoce con el nombre de **cuantización de la carga** y todos los cuerpos de la naturaleza poseen una carga igual a un múltiplo entero de la carga elemental. El valor para la carga elemental es;

$$e = 1,603 \times 10^{-19} \text{ coul.}$$

La cuantización de la carga fue establecida por primera vez por Robert A. Millikan, con su famoso experimento de la gota de aceite.

Podemos indicar que en la estructura del átomo, las tres partículas fundamentales: el electrón, protón y neutrón, poseen los siguientes atributos:

Entidad	Carga	Masa en reposo
Electrón	$q_e = -e$	$m_e = 9,1091 \times 10^{-31} \text{ Kg}$
Protón	$q_p = +e$	$m_p = 1,6725 \times 10^{-27} \text{ Kg}$
Neutrón	$q_n = 0$	$m_n = 1,6748 \times 10^{-27} \text{ Kg}$

En el modelo atómico hablamos de la carga nuclear, la cual es positiva, cuyo valor también es un múltiplo entero de la carga fundamental e , debido a que la cantidad de protones es igual a la misma cantidad de electrones, así

$$\text{carga nuclear} = Ze \quad \text{donde } Z = 1, 2, 3, \dots, 108,$$

la cantidad Z depende del átomo en cuestión y corresponde al número atómico de dicho elemento, con el número atómico Z se ordenan los elementos en la tabla periódica, así $Z = 1$ corresponde al hidrógeno, $Z = 2$ al helio, etc. El hecho de que exista, al menos hasta el momento, una cota superior para Z es que corresponde al número atómico del último átomo de la tabla periódica.

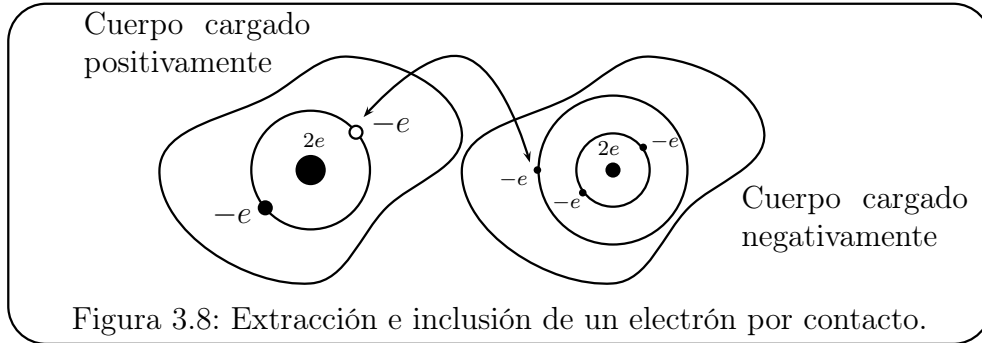
En investigaciones recientes se estableció que los quarks son las únicas partículas que poseen carga fraccionaria. Existen dos clases de quarks, esto es quarks up de carga $\frac{2}{3}e$ y un quarks down de carga $-\frac{1}{3}e$.

➤ Un neutrón está compuesto por un quarks up y dos quarks down, de manera que la carga neta para esta partícula es nula, en efecto,

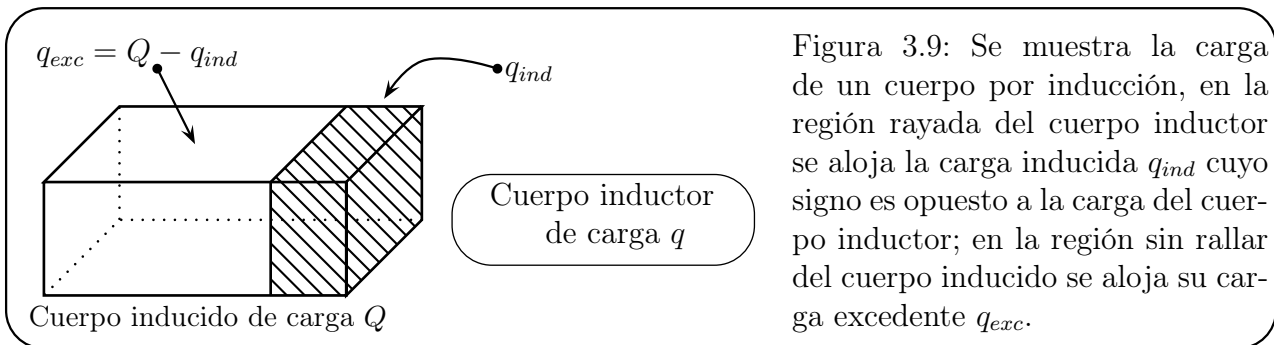
$$\frac{2}{3}e - 2 \left(\frac{1}{3}e \right) = 0.$$

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

alcanzar una estructura estable. Las distintas capas que se llenan o vacían son las mas externas a sus respectivos núcleos de los átomos que conforman la estructura de los mencionados cuerpos, estas capas suelen llamarse *capas de valencia*. Proceso que sucede cuando frotamos una varilla de vidrio, ebonita, ámbar, etc.



👉 **Carga por inducción:** cuando se acerca un cuerpo de carga q , que llamaremos *cuerpo inductor*, a otro de carga Q , que llamaremos *cuerpo inducido*, se provoca una interacción eléctrica que redistribuye la carga del cuerpo inducido (así como la del cuerpo inductor) de manera tal que en la vecindad de éste exista una concentración de carga, que será positiva o negativa si el cuerpo inductor presenta carga negativa o positiva, respectivamente, es decir, la carga del cuerpo inductor atrae a la carga de signo contrario del cuerpo inducido. La carga inducida (q_{ind}) es una función, en general, de la carga del cuerpo inductor, es decir, $q_{ind} = F(q)$; esto hace que en región del cuerpo inducido que se encuentra más alejado del cuerpo inductor, se redistribuya una carga excedente igual a $q_{exc} = Q - q_{ind}$, que no exceda a la carga inicial Q del cuerpo inducido, tal como se indica en la Fig. 3.9.



Se ha establecido que la carga inducida es una función de la carga del cuerpo inductor, y dicha función depende del problema en particular que se este trabajando, inclusive puede llegar a ser tan complicada, hasta el punto en que no sea posible determinarla. Sin embargo, como característica general, esta carga debe ser de signo opuesto a la carga del cuerpo inductor. En particular, para metales o materiales conductores, la carga inducida es igual en magnitud a la carga del inductor, por tal razón se establece para materiales conductores,

$$q_{ind} = -q \quad \text{y} \quad q_{exc} = Q + q.$$

La interacción que genera la redistribución de carga se entenderá con mayor facilidad al conocer la definición de campo eléctrico, el cual permite que sobre los electrones de la capa de valencia de

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

los átomos distintivos del cuerpo inducido, se ejerzan fuerzas eléctricas que permitan el movimiento de estos electrones de un lugar al otro. Además, cuando el cuerpo inducido se encuentra descargado ($Q = 0$), y los electrones se encuentran fuertemente ligados a los respectivos núcleos, de los átomos distintivos del cuerpo inducido, el reordenamiento de carga se debe a un proceso llamado **polarización**, y dicho proceso se caracteriza mediante un conjunto de varias magnitudes llamados momentos dipolares, momento cudrupolar, momento octopolar, etc.

3.2. Polarización

Los cuerpos neutros poseen igual cantidad de carga positiva y negativa, por consiguiente, puede considerarse que las cargas dentro del material neutro están dispuestas por un conjunto de pares de cargas¹ que llamaremos **dipolo eléctrico**. Estos dipolos están dispuestos en forma aleatoria, tal como se ilustra en la Fig. 3.10.

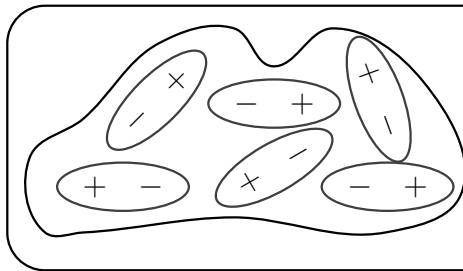


Figura 3.10: Representación exagerada para una estructura dipolar de algún material neutro.

Cuando se acerca una carga positiva al material neutro, cada dipolo comienza alinearse mediante un movimiento de rotaciones sin trasladarse, de forma tal que el conjunto de cargas negativas se ven atraigan al cuerpo inductor y las cargas positivas de cada dipolo, se ven repelidas por la carga del cuerpo inductor. Sin embargo, esta rotación causa que las cargas se aceleren y luego ocurra un movimiento de oscilación de los dipolos, lo cual conduce naturalmente a una radiación, pero este proceso se ve interrumpido al momento de que tal oscilación desaparezca y los dipolos se encuentren alineados, es decir se orienten completamente tal como se ilustra en la figura 3.11, entonces se dice que se ha alcanzado el **equilibrio electrostático**.

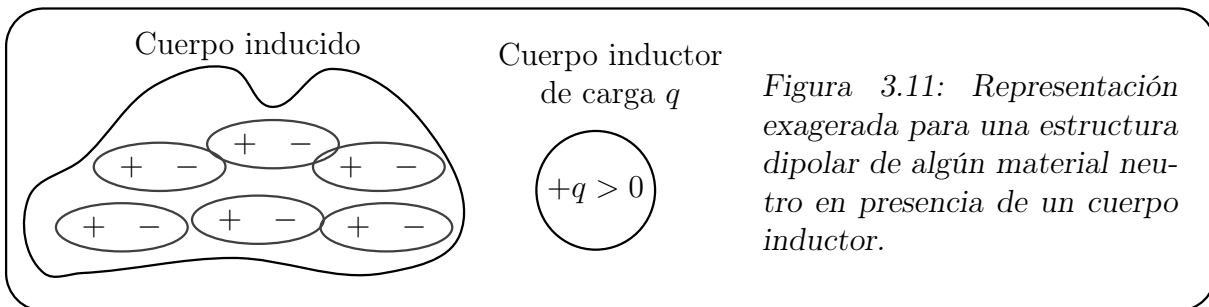


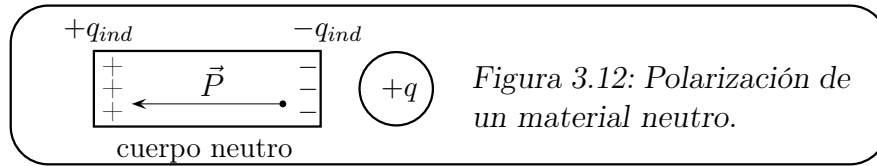
Figura 3.11: Representación exagerada para una estructura dipolar de algún material neutro en presencia de un cuerpo inductor.

A grandes rasgos se puede concluir que hay un “desplazamiento” de carga en el cuerpo inducido, tal desplazamiento se entiende como una concentración de carga negativa en la región más cercana al cuerpo inductor y por otro lado se concentra una carga positiva en el extremo opuesto del cuerpo inducido. Este “desplazamiento” de cargas se conoce con el nombre de polarización del material y se designa con el vector \vec{P} , el cual se encuentra dirigido desde la región concentrada de carga negativa a

¹Los pares están conformado por dos carga de igual magnitud pero de signos opuesto.

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

la region concentrada de carga positiva, tal como se presenta en la Fig. 3.12.



3.3. Conductores y aislantes

Según su comportamiento eléctrico los materiales pueden clasificarse en conductores o dieléctricos (aislantes). Los materiales conductores (como los metales) permiten el movimiento de portadores de carga (electrones que orbitan en la capa de valencia) con relativa facilidad. Por lo general, los materiales conductores poseen un gran número de portadores de carga, los cuales interactúan rápidamente en presencia de cargas externas al material, siendo estos portadores responsable de la corriente eléctrica² dentro de un cuerpo. Los conductores presentan la siguiente propiedad,

Distribución de carga de un conductor en equilibrio electrostático

Cuando se carga un conductor bien sea por contacto o por inducción y éste alcanza el equilibrio electrostático, entonces toda la carga libre se alojará en la superficie más externa del conductor, mientras que en su interior no se encontrará carga alguna, a menos que exista en el interior del conductor un cuerpo cargado libre de contacto con el conductor. Esto se conoce con el nombre de **jaula de Faraday**.

Para entender el mecanismos de la jaula de Faraday consideremos un conductor hueco, en equilibrio electrostático, con cierto espesor y que presenta una carga Q (si el conductor está inicialmente descargado bastará colocar $Q = 0C$). La carga alojada en la superficie internas y externas se denotarán como q_{int} y q_{ext} , respectivamente. En la Fig. 3.13 se muestra dos posible distribuciones de cargas del conductor. A la derecha se muestra que toda la carga del conductor está alojada en su superficie exterior, por lo que en el equilibrio electrostático el conductor presenta la siguiente distribución de carga: $q_{ext} = Q$ y $q_{int} = 0C$ (ver Fig. 3.13a).

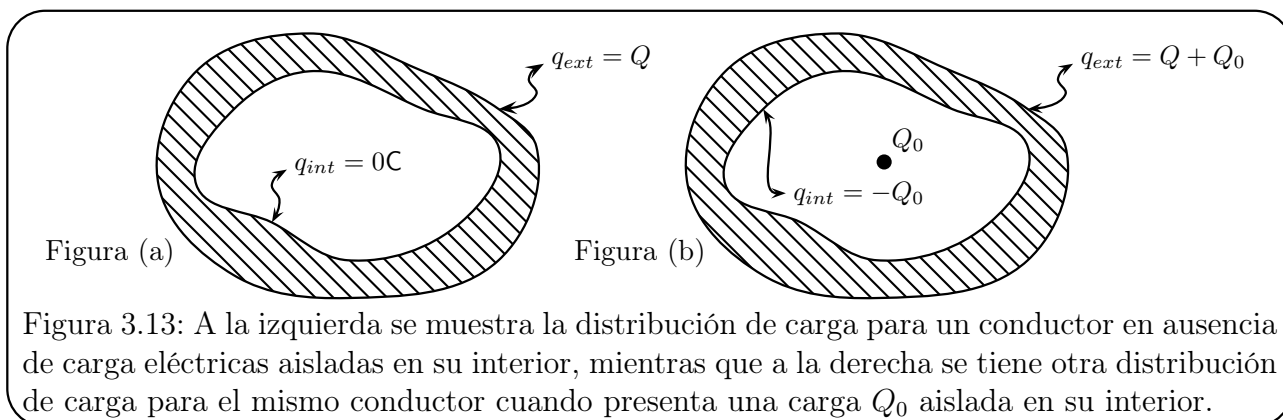


Figura 3.13: A la izquierda se muestra la distribución de carga para un conductor en ausencia de carga eléctricas aisladas en su interior, mientras que a la derecha se tiene otra distribución de carga para el mismo conductor cuando presenta una carga Q_0 aislada en su interior.

²La corriente eléctrica (I) es una magnitud física que caracteriza el movimiento de carga dentro de un material conductor, y se operacionaliza a través de la velocidad con que se transfiere la carga, esto es, $I = \frac{d}{dt}Q(t)$; esta magnitud será estudiada con mayor detalle posteriormente.

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

A la derecha de la Fig. 3.13 se coloca una carga Q_0 en el hueco del conductor de manera aislada, es decir, sin que la carga toque al conductor. En este caso, en la superficie interior del conductor la se carga por inducción, así en la superficie interna del conductor se alojará una carga de igual magnitud pero de signo opuesto a la cuerpo inductor (que en este caso es la carga Q) cuando se haya alcanzado el equilibrio electrostático, es decir, $q_{int} = -Q_0$. En consecuencia, por la conservación de la carga en la superficie exterior se alojará una carga igual a $q_{ext} = Q + Q_0$ (ver Fig. 3.13a). En efecto,

$$q_{int} + q_{ext} = q_{Neta} \implies -Q_0 + q_{ext} = Q \implies q_{ext} = Q + Q_0.$$

Ejemplo 3.1 * * * * *

Un conductor hueco tiene una carga neta de equilibrio electrostático. -3coul , al colocar en su interior una carga puntual de 5coul , (b) *Cómo sería la distribución de carga si el conductor estuviera descargado.*
(a) *indique cual es la distribución de carga en la superficie interior y exterior cuando se alcanza el* **Respuesta:** (a) $q_{int} = -5\text{coul}$ y $q_{ext} = 2\text{coul}$ (b) $q_{int} = -5\text{coul}$ y $q_{ext} = 5\text{coul}$.

* * * * *

En otro orden de idea, un material aislante ó generalmente llamado **dieléctrico**, tiene sus electrones firmemente unidos a sus respectivos átomos, estando las últimas capas llenas o parcialmente llenas, con lo cual no se permite el transporte de electrones con gran facilidad. En la naturaleza no existen aislantes perfectos, así cualquier cuerpo permite el transporte de carga, aunque sea en grado insignificante. Por ejemplo, para los materiales dieléctrico conducen entre 10^{15} a 10^{20} veces peor que los denominados conductores, por eso al ser comparados con los metales estos son prácticamente aislantes.

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

4. Modelo de acción a distancia

Los modelos de acción a distancia son interpretados como todas aquellas interacciones que para cada instante de tiempo la fuerza sobre una partícula concreta debida a otra partícula depende de la posición de esas otras partícula en el mismo instante de tiempo, como si la interacción se transmitiera instantáneamente o existiera una acción a distancia por parte de la otra partícula. De ser válida esta interpretación podríamos sufrir, de manera instantánea, la perturbación de la explosión de una estrella (como el sol) y tiempo después sentiríamos los efectos de la radiación electromagnética de la explosión, ya que ésta última se propaga a velocidad finita. Actualmente se conoce que las teorías interpretadas como modelos de acción a distancia no son una descripción adecuada de la realidad, y como mucho sólo son una aproximación conveniente que se adecúa al caso de partículas que se mueven con velocidades mucho menores que la velocidad de la luz o se mantienen en reposo. Esto se debe al carácter relativo del tiempo, más explícitamente, no puede existir una asignación objetiva del instante de tiempo a todos los eventos (la simultaneidad no es absoluta), que sea válida para todos los observadores a la vez. Existen dos modelos de acción a distancia que describen dos interacciones básicas de la naturaleza: La gravitacional y la eléctrica. Pero como hemos anunciado, la interpretación de estas interacciones usando el modelo de acción a distancia es una descripción conveniente (para preservar su origen histórico) de la interpretación actual sobre las interacciones de la naturaleza.

4.1. Ley de gravitación

Una de las fuerzas más fundamentales de la física es la *fuerza gravitacional* establecida por Issac Newton en 1666, lo que se conocía en la época como una teoría de *acción a distancia*. Esta interacción establece lo siguiente:

Interacción gravitacional

La fuerza que actúa sobre una partícula 1, con masa m_1 , debido a otra partícula 2, con masa m_2 , las cuales se encuentran en reposo respecto a un observador inercial, viene descrita por el modelo de acción a distancia

$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}_{12}|^2} \hat{r}_{12}, \quad (4.8)$$

donde $G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{Kg}^2}$ es la constante de gravitación universal y $\vec{r}_{12} \stackrel{\text{def}}{=} \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ es la posición relativa de la partícula 1 respecto a la partícula 2, es decir, un vector cuya cola y punta están ubicadas en las partículas de masa m_2 y m_1 , respectivamente.

Esta fuerza fue interpretada como un modelo de acción a distancia; ya que a medida que cualquier perturbación realizada sobre una masa ésta se propaga de forma instantánea sobre la otra. Podemos entender por perturbación como la simple modificación de su posición, lo cual cambia de forma instantánea al vector \vec{r}_{12} . Por otra parte, a medida que se separaban las masas la interacción gravitacional se hace cada vez más débil ($F_{12} \xrightarrow{r_{12} \rightarrow \infty} 0$). El signo que aparece en (4.8) indica que la interacción es netamente atractiva.

Antes de que Newton formulase la ley de gravitación universal se requirió el concepto de masa, luego se hizo una distinción entre dos tipos de masa: La masa gravitacional y la masa inercial. La primera está basada en la medición de masa usando (4.8), mientras que la masa inercial está basa en

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

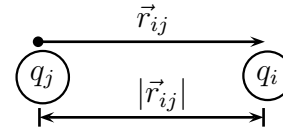
la medición de masa usando la segunda ley de Newton (correlación causa-efecto de la fuerza con el movimiento). No obstante, se han hecho mediciones de estos dos tipos de masa y no se ha encontrado alguna discrepancia. Así, la masa que es una propiedad intrínseca de las partículas se denomina *fuerza de la interacción gravitacional*.

4.2. Ley de Coulomb

A partir de los experimentos de Charles Coulomb en 1785 (más de un siglo después que Newton), se estableció la ley de fuerza que describe a la interacción eléctrica entre dos cuerpos cargados que se mantienen en reposo. Sea \vec{F}_{ij} la fuerza eléctrica que actúa sobre la carga q_i debido a la acción ejercida por la carga q_j , entonces mediante las observaciones de Charles Coulomb se extraen las siguientes propiedades:

- ☞ La intensidad de la fuerza eléctrica \vec{F}_{ij} es proporcional al inverso del cuadrado de la mínima distancia que une a los centros de cada carga, esto es, sea \vec{r}_{ij} un vector dirigido desde la carga q_j hasta la carga q_i , entonces $|\vec{r}_{ij}|$ es la mínima distancia entre las cargas, por lo que,

$$|\vec{F}_{ij}| \propto |\vec{r}_{ij}|^{-2} = \frac{1}{|\vec{r}_{ij}|^2}$$



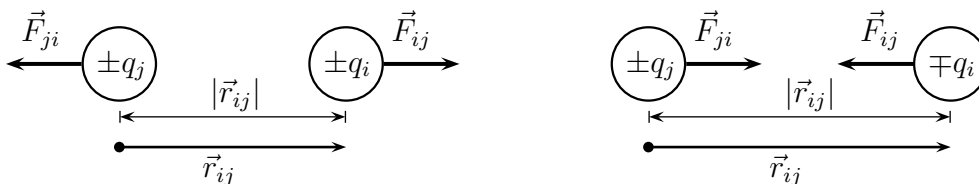
Cabe destacar que la cantidad $|\vec{r}_{ij}|$ se mide a partir del segmento de recta que une a las dos cargas.

- ☞ La intensidad de la fuerza eléctrica \vec{F}_{ij} es proporcional al valor absoluto del producto de cada una de las cargas, esto es,

$$|\vec{F}_{ij}| \propto |q_i q_j| = |q_i| |q_j|$$

La expresión anterior expresa que la intensidad de la fuerza eléctrica es proporcional al producto de las cargas tomadas siempre positivas. Cuando uno de los cuerpos sea neutro entonces no habrá interacción eléctrica entre ellos, ya que la carga de uno de los cuerpos es cero.

- ☞ La interacción eléctrica es de tipo atractiva si las cargas que interactúan poseen signos opuesto, en cambio, la interacción eléctrica es repulsiva si las cargas que interactúan poseen signos iguales; mientras que no se ejerce interacción eléctrica cuando está descargados.



En este contexto, la fuerza eléctrica \vec{F}_{ij} es colineal al vector \vec{r}_{ij} , siendo paralelo cuando el producto de las cargas sea positivo, y antiparalelo cuando el producto de las cargas sea negativo; en consecuencia,

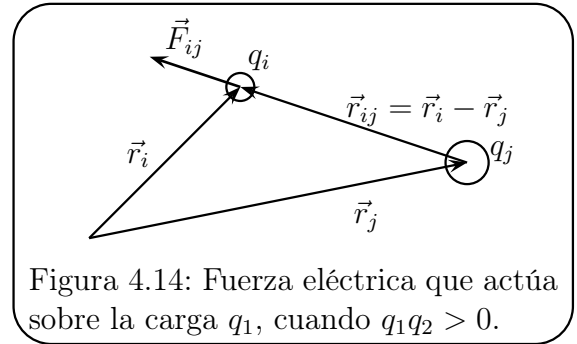
$$\vec{F}_{ij} \propto q_i q_j \hat{r}_{ij} = \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_{ij}|} \vec{r}_{ij}$$

Siendo $\hat{r}_{ij} = \vec{r}_{ij}/|\vec{r}_{ij}|$ el vector unitario dirigido desde la carga q_j hasta la carga q_i .

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

Estas tres propiedades pueden resumirse en una expresión vectorial compacta. En consecuencia, la fuerza eléctrica que actúa sobre un cuerpo de carga q_i debido a la interacción eléctrica con otro cuerpo de carga q_j , cuando ambas permanecen en reposo como se muestra en la figura adjunta, viene dada por el siguiente modelo de acción a distancia,

$$\vec{F}_{ij} = K \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_{ij}|^2} \hat{r}_{ij} = K \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_{ij}|^3} \vec{r}_{ij} \quad (4.9)$$



donde K es una constante positiva de proporcionalidad, que depende del sistema de unidades que se emplee y del medio utilizado; además $\vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j$, siendo \vec{r}_i y \vec{r}_j las posiciones de las cargas q_i y q_j respecto a un origen fijo, respectivamente. En la Fig. 4.14 se muestra la disposición geométrica de la fuerza que actúa sobre la carga q_i debido a una carga q_j . Para ser diáfano, expondremos algunos aspectos relacionados a la expresión (4.9), que pueden no resultar evidente para algunos lectores.

- El primer subíndice en la fuerza (2.5) indica el cuerpo (q_i) sobre el cual se está ejerciendo la fuerza eléctrica, mientras que el segundo subíndice indica el cuerpo (q_j) que está aplicando dicha fuerza.
- El vector \vec{r}_{ij} tiene como cola al centro de la carga q_j y como punta al centro de la carga q_i (ver Fig. 4.14). El vector \vec{r}_{ij} recibe el nombre de posición relativa, puesto que ubica a la carga q_i respecto de la carga q_j ; en cuyo caso, dicho vector se determina a partir de la diferencia del vector \vec{r}_i con el vector \vec{r}_j , esto es,

$$\vec{r}_{ij} \stackrel{\text{def}}{=} \vec{r}_i - \vec{r}_j$$

Siendo \vec{r}_i y \vec{r}_j las posiciones de las cargas q_i y q_j , respectivamente.

- El símbolo K expresado en (2.5) corresponde a la constante de proporcionalidad llamada **constante de Coulomb**, la cual depende del sistema de unidades que se emplee para medir la carga eléctrica y del medio utilizado. En el vacío y en el sistema de unidades internacional, donde la carga se miden el coulomb (C), dicha constante tiene el siguiente valor

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}$$

siendo $\epsilon_0 = 0,885 \times 10^{-11} \frac{\text{Coul}^2}{\text{N}\cdot\text{m}^2}$ la **constante permitividad del vacío** o constante del espacio libre. En un medio con permitividad ϵ la constante K se escribe como

$$K_\epsilon = \frac{1}{4\pi\epsilon} \quad \therefore \quad K_{\epsilon_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \equiv K \quad (\text{en MKS})$$

y su valor dependerá de ϵ , en la tabla 2.2 se muestra las permitividades relativas ($\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$) de algunos medios y los valores de la constante eléctrica en dichos medios. En cambio, en el sistema de unidades CGS (gausiano) y en un medio con constante de permitividad ϵ se tendrá que la constante de Coulomb viene dada por

$$K_\epsilon = \frac{1}{\epsilon_r} = \frac{\epsilon_0}{\epsilon} \quad \therefore \quad K \equiv K_{\epsilon_0} = 1. \quad (\text{en CGS})$$

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

La expresión (4.9) da la fuerza sobre q_i debido a la interacción eléctrica que ejerce el cuerpo de carga q_j . Sin embargo, por reciprocidad, dicha relación permite evaluar la fuerza que actúa sobre q_j debido a la carga q_i , basta intercambiar i por j y viceversa. En este sentido tendremos que

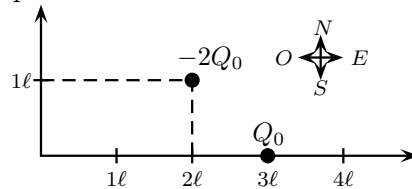
$$\vec{F}_{ji} = K \frac{q_j q_i}{|\vec{r}_{ji}|^3} \vec{r}_{ji} = K \frac{q_i q_j}{|-\vec{r}_{ij}|^3} (-\vec{r}_{ij}) = -K \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_{ij}|^3} \vec{r}_{ij} = -\vec{F}_{ij} \quad \therefore \boxed{\vec{F}_{ji} = -\vec{F}_{ij}} \quad (4.10)$$

puesto que $\vec{r}_{ji} = \vec{r}_j - \vec{r}_i = -(\vec{r}_i - \vec{r}_j) = -\vec{r}_{ij}$, esto indica que la interacción eléctrica entre pares de cargas puntuales satisfacen la tercera ley de Newton, como ocurre siempre para toda fuerza.

Ejemplo 4.1 * * * * *

Una partícula de carga $q_1 = -2Q_0$ está ubicada en la coordenada $(2\ell, \ell)$ de un sistema cartesiano rectangular, un segundo cuerpo de carga $q_2 = Q_0$ se encuentra ubicado a la derecha del origen del referido sistema, y a una distancia horizontal de 3ℓ ; según se muestra en la figura adjunta. Considere que Q_0 es una constante positiva con dimensiones de carga.

(b) Indique la orientación del vector por medio de los puntos cardinales.



(a) Calcule la intensidad de la fuerza eléctrica que ejerce la carga q_2 debido a q_1 .

Respuesta: (a) $|\vec{F}_{21}| = \frac{KQ^2}{2\ell^2}$

(b) La fuerza está orientada hacia el noroeste.

* * * * *

4.3. Principio de superposición

La experiencia dictamina que la fuerza eléctrica que ejerce una carga sobre otra no se ve modificada por la presencia de una tercera, este efecto recibe el nombre de **principio de superposición**. Este principio permite obtener la fuerza eléctrica resultante sobre una carga debido a varias cargas, calculando la interacción eléctrica a pares y luego sumando cada resultado. Sobre la base de este principio podemos enunciar que

Principio de superposición

Para un sistema de varias cargas, la fuerza eléctrica resultante sobre una carga del sistema se obtiene a partir de la suma vectorial de cada fuerza ejercida, en forma separada, por el resto de las cargas que conforma al sistema.

En concreto, sea $F_{\alpha i}$ la fuerza eléctrica que ejerce la carga q_i sobre la carga q_α , la fuerza eléctrica resultante sobre la carga q_α (que denotaremos como \vec{F}_α) es la suma vectorial de la fuerza que ejerce cada una de las N cargas del sistema sobre la carga q_α , es decir,

$$\vec{F}_\alpha = \vec{F}_{\alpha 1} + \vec{F}_{\alpha 2} + \dots + \vec{F}_{\alpha N} = \sum_{i=1}^{i=N} \vec{F}_{\alpha i} \quad (4.11)$$

Cabe destacar que esta cantidad no describe una interacción, por el contrario, es el resultado de todas las interacciones eléctricas ejercidas sobre una carga; además, el principio de superposición considera que la

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

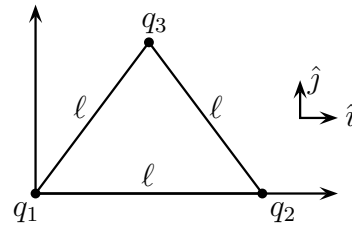
interacción de dos cargas no es perturbada por la presencia de una tercera carga, por ello es posible considerar la resultante como superposición de interacciones a pares. Situación que sólo es posible cuando las cargas se mantienen en reposo. El estudio de los fenómenos eléctricos, cuando las cargas ha alcanzado el equilibrio electrostático o cuando las cargas se mantienen en reposo, se denomina **electrostática**.

Es importante hacer notar que el “principio” de superposición no es un principio como tal, es una consecuencia de la linealidad observada en las ecuaciones que describen a un sistema en su estado electrostático; y lo que indica en esencia es que la fuerza entre dos cargas no se ve perturbada por una tercera.

Ejemplo 4.2 * * * * *

En los vértices de un triángulo equilátero de arista constante K , la carga Q y la longitud ℓ .

ℓ , se encuentran ubicadas tres cargas cuyos valores vienen dados por $q_1 = Q$, $q_2 = -Q$ y $q_3 = 2Q$, con $Q > 0C$. De manera que, q_1 está a la izquierda de q_2 , tal como se indica en la figura adjunta. Encuentre la fuerza eléctrica resultante sobre la carga q_3 , y exprese su resultado en términos de los versores \hat{i} y \hat{j} , los cuales determinan las direcciones horizontal y vertical, respectivamente, así como también de la



Respuesta: $\vec{F}_{q_3} = \frac{KQ^2}{\ell^2} [(\sqrt{3} + 1)\hat{i} + (\sqrt{3} - 1)\hat{j}]$

* * * * *

Cuando la fuerza eléctrica sobre una carga no es nula ésta puede modificar el estado de movimiento de dicha carga, a pesar de que en electrostática se consideran a las cargas inmóviles; por lo que deben existir otras fuerzas que compensen o se equilibren con la fuerza eléctrica, para garantizar con ello que las cargas se mantengan en reposo o equilibrio. Desde luego, si no se produce un equilibrio sobre la carga y ésta adquiere movimiento entonces se produce una corriente eléctrica, y como consecuencia un campo magnético, situación que se estudiará luego. Sin embargo, se pueden ignorar estos efecto y estudiar el movimiento de una carga usando las leyes de la Mecánica Clásica, en tal sentido es importante destacar lo siguiente:

- ✓ Las leyes de Newton aplica también sobre los cuerpos cargados, siendo la fuerza eléctrica (4.11) la resultante de todas las interacciones de origen eléctrico que actúa sobre un cuerpo; adicional a este conjunto de fuerzas se debe incorporar las fuerzas mecánicas, tales como: La tensión, la fuerza normal, la fuerza gravitacional, entre otras.
- ✓ A pesar de que la tercera ley de Newton se cumple para un par de carga ésta no es válida para la fuerza eléctrica resultante (4.11), por ser ésta la manifestación que resulta de un conjunto de interacciones. En este sentido, las fuerzas eléctricas que verifican la tercera ley de Newton son todas aquellas que intervienen en la suma del principio de superposición (4.11) y no la suma como tal. Este hecho, permitirá reconocer los entes o cargas que son responsables de la interacción eléctrica sobre otra carga.

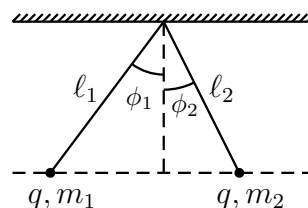
Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

Ejemplo 4.3 eje:16 * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

Dos cuerpos, de masa m_1 y m_2 , están suspendido mediante dos hilos de longitudes ℓ_1 y ℓ_2 , respectivamente, en un punto común. Las longitudes de cada hilo son tales que m_1 y m_2 se encuentran separadas horizontalmente cuando ambos cuerpos poseen la misma cargas, pero masas distintas. Ambos cuerpos forman ángulo ϕ_1 y ϕ_2 medidos respecto a la vertical, tal como se indica en la figura adjunta.

Demuestre que la relación entre las tangente de los ángulos, viene dada por:

$$\tan \phi_1 = \frac{m_2}{m_1} \tan \phi_2$$



* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

5. Modelo de campo

El principio de localidad es una propiedad de las teorías físicas donde no puede darse la acción a distancia en ninguna de sus formas, por lo que el modelo de campo introduce una nueva visión para interpretar a casi todas las interacciones descubiertas en la naturaleza.

5.1. Campo eléctrico

Cualquier región del espacio donde una carga, que llamaremos de prueba, interactúa con su entorno a través de una fuerza electrostática será denominada región de **campo eléctrico**. La entidad llamada campo eléctrico, denotada por el símbolo \vec{E} , depende del punto donde se coloque la carga de prueba pero no de ésta. Así, el campo eléctrico en un instante de tiempo t y en punto del espacio, identificado con posición \vec{r} , respecto a un origen, se obtiene colocando una carga de prueba q_0 en dicho punto y midiendo la relación entre la fuerza que actúa sobre la carga de prueba con dicha carga, en dicho instante de tiempo, esto es,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_{q_0}}{q_0} . \tag{5.12}$$

El límite es tomado para tener en cuenta que la carga de prueba no perturba al campo eléctrico que se mide en dicha región, sino se tomase el límite entonces las líneas de campo eléctrico tomarían en cuenta la interacción con la carga de prueba. Por otra parte, debido a que este campo depende del punto donde se coloque la carga de prueba se dice que posee propiedades locales. Además, las dimensiones y unidades para el campo eléctrico en el sistema internacional y gaussiano, se expresa en el cuadro 5.3. Resulta claro que las dimensiones del campo eléctrico se derivan del cociente entre la dimensiones de fuerza entre las dimensiones de carga, por lo que en los sistemas MKS y CGS el campo eléctrico se expresa como $\frac{N}{C}$ y $\frac{dyn}{Fr}$, respectivamente. No obstante, suele emplearse otra unidad para el campo eléctrico la cual resulta del cociente entre la dimensiones de una cantidad llamada potencial eléctrico y las dimensiones de longitud, en el sistema MKS el potencial eléctrico recibe el nombre de **voltios**, denotada como V; mientras que en el sistema CGS recibe el nombre de **Statvoltios**, denotado por StatV.

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

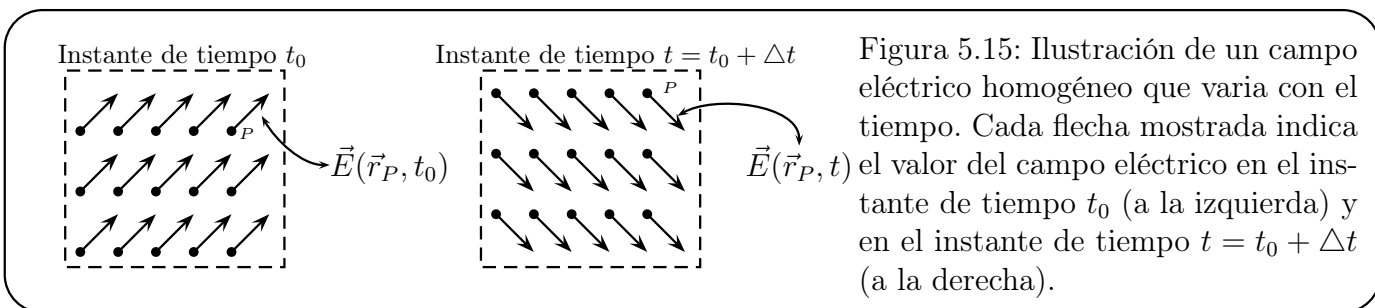
Magnitud	Símbolo	Dimensión	Unidad		Equivalencia
			MKS	CGS	
Vectorial	\vec{E}	$\frac{ML}{IT^3}$	$\frac{N}{C}$ ó $\frac{V}{m}$	$\frac{dyn}{Fr}$ ó $\frac{StatV}{cm}$	$1 \frac{V}{m} = 3 \times 10^4 \frac{StatV}{cm}$

M , L , T e I indican dimensiones de masa, longitud, tiempo y corriente, respectivamente; V (voltios) y StatV (estatvoltio) es la unidad del potencial eléctrico en MKS y CGS, respectivamente.

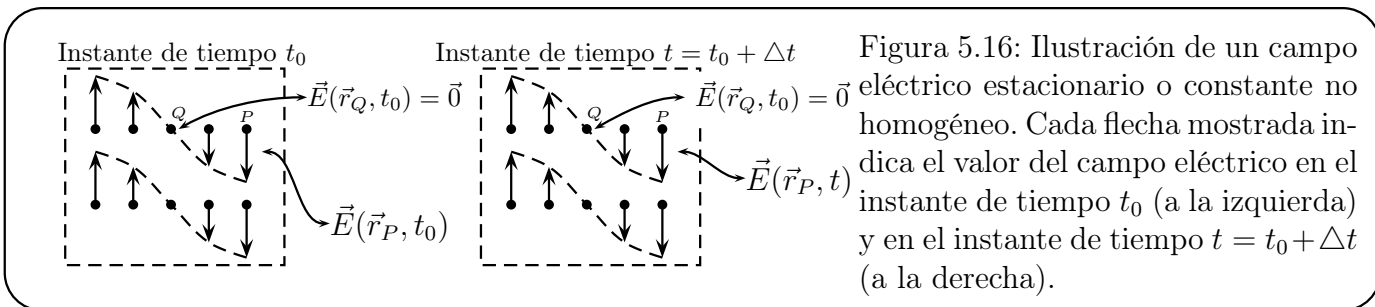
Esquema 5.3: Se muestra la descripción dimensional del campo eléctrico, donde se muestra el tipo de magnitud física, el símbolo empleado para dicha magnitud, la dimensión, la unidad en MKS y CGS, así como su equivalencia en ambos sistema

A continuación enunciaremos algunas propiedades generales relacionadas a todo campo eléctrico:

- 👉 El campo eléctrico es independiente del valor de la carga de prueba que se utilice para su medición, pero si depende de la ubicación de la carga de prueba y eventualmente del tiempo, es decir, el campo eléctrico es dependiente de la posición del espacio y del tiempo, en general. En este contexto, se puede tipificar a los campos eléctricos según su dependencia espacial y temporal, como sigue:
 - Un campo se llama homogéneo cuando éste no depende de los puntos del espacio, aun cuando pueda cambiar al transcurrir el tiempo. En la Fig. 5.15 se muestra un campo homogéneo que varía con el tiempo.



- Un campo se llama estacionario o constante cuando éste no depende del tiempo, pero puede cambiar en diferentes punto del espacio, tal como se indica en la Fig. 5.16.



- Un campo se llama uniforme cuando es homogéneo y estacionario, en dicho caso el campo siempre es el mismo en cada punto del espacio y en todo momento, tal como se ilustra en la Fig. 5.17.

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

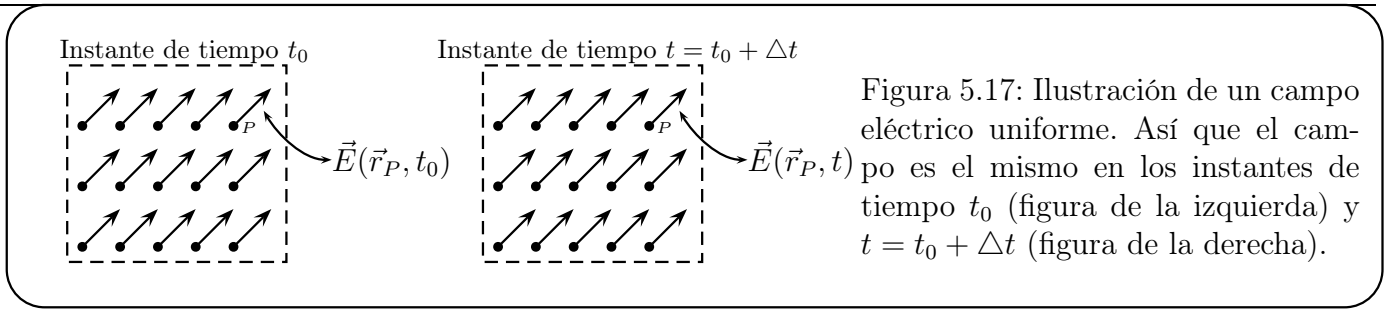


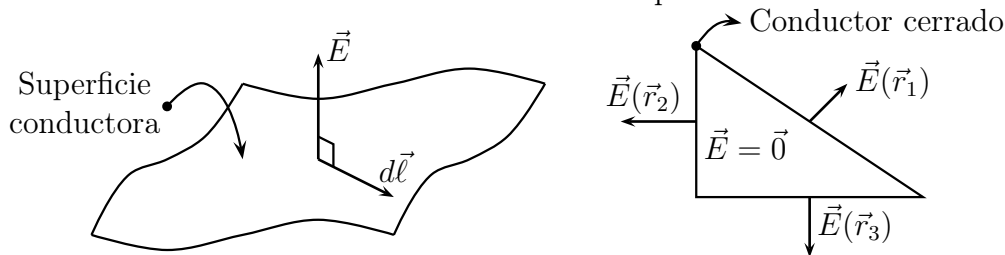
Figura 5.17: Ilustración de un campo eléctrico uniforme. Así que el campo es el mismo en los instantes de tiempo t_0 (figura de la izquierda) y $t = t_0 + \Delta t$ (figura de la derecha).

➤ Un campo se llama isotrópico cuando la norma o intensidad del campo eléctrico no cambia al varía la dirección, en este sentido se dice que la intensidad del campo eléctrico es el mismo sobre cualquier superficie esférica, siendo todas las direcciones equivalentes, aun cuando la intensidad del campo eléctrico pueda cambiar de una esfera a otra. En la Fig. ?? se muestra un campo eléctrico isotrópico.

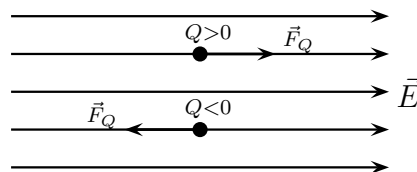
🏠 El campo eléctrico cumple con el principio de superposición en cada punto del espacio. Sean $\vec{E}_1(\vec{r}_p)$, $\vec{E}_2(\vec{r}_p)$, ... y $\vec{E}_N(\vec{r}_p)$, los campos eléctricos generados por N fuentes, en el punto p ubicado mediante la posición \vec{r}_p . Entonces el campo debido a esta distribución de fuentes viene dada por,

$$\vec{E}(\vec{r}_p) = \vec{E}_1(\vec{r}_p) + \vec{E}_2(\vec{r}_p) + \dots + \vec{E}_N(\vec{r}_p) = \sum_{i=1}^{i=N} \vec{E}_i(\vec{r}_p). \quad (5.13)$$

🏠 El campo eléctrico en la región interior de un conductor es nulo, siempre que se alcance el equilibrio electrostático. Adicionalmente, en las superficies del conductor (por tener carga excedente) el campo eléctrico tiene la propiedad de ser perpendicular en cada punto de la misma. De manera que, la componente del campo eléctrico que esta sobre la superficie del conductor es nula. Así $\vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$ siendo $d\vec{\ell}$ un elemento de camino sobre la superficie.



🏠 Si en una región de campo eléctrico \vec{E} se coloca una carga puntual Q , entonces sobre dicha carga actúa una fuerza eléctrica dada por $\vec{F} = Q\vec{E}$. De manera que, la fuerza es paralela al campo cuando la carga es positiva y será antiparalela al campo si la carga es negativa. En la siguiente figura se muestra lo dicho anteriormente para el caso en que el campo sea uniforme.



Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

5.3. Líneas de campo eléctrico

Las regiones de campo eléctrico, pueden ser visualizadas mediante un conjunto de líneas con una orientación, que reciben el nombre de **líneas de campos eléctrico** ó **líneas de fuerzas**. El número de líneas de fuerzas presentes en una región de campo nos da una medida cualitativa de la intensidad del campo eléctrico, si en una región del espacio hay mayor cantidad de líneas que en otra, se dice que el campo es más intenso en dicha región. Por ello, al número de líneas que pasen por una región de campo, se le asocia a la norma del vector campo eléctrico. Además, la orientación de tales líneas queda determinada por la dirección y el sentido del campo eléctrico en cada punto de la región, es decir, estas líneas se trazan de tal modo que la tangente a ellas en cada punto coincida con la dirección y sentido del vector campo eléctrico, tal como se muestra en la Fig. 5.18.

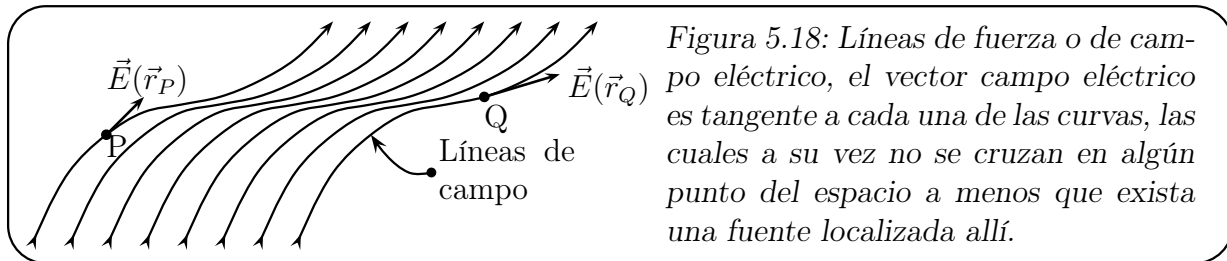


Figura 5.18: Líneas de fuerza o de campo eléctrico, el vector campo eléctrico es tangente a cada una de las curvas, las cuales a su vez no se cruzan en algún punto del espacio a menos que exista una fuente localizada allí.

La búsqueda de las líneas de fuerza se obtienen al considerar que el campo eléctrico es proporcional a un campo de velocidades,

$$\vec{E}(\vec{r}) = \Lambda \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (5.15)$$

donde $\vec{r}(t)$ representa a la forma de la curva descrita por el campo eléctrico, y esta a su vez se encuentra parametrizada por la variable t . La constante Λ ajusta el problema de unidades. Desde el punto de vista físico, puede interpretarse el lado izquierdo de la igualdad (5.15) como la velocidad de una partícula que se mueve a lo largo de las líneas de fuerzas generadas por el campo \vec{E} . Podemos imaginar también que todo el plano se encuentra lleno de partículas y que cada línea de fuerza es traza de una partícula precedida y seguida por muchas otras, sobre la misma trayectoria. De manera que esta situación puede ser vista como un fluido en movimiento, y dado a que el campo eléctrico es electrostático (no depende del tiempo) el fluido es estacionario, es decir las líneas no adquieren movimiento, al transcurrir el tiempo t .

De la Fig.5.18 se observa que las líneas de fuerza no se interceptan entre sí, lo cual significaría que existen dos campos eléctricos asociado a un mismo punto y por ende no sería único, situación que no ocurre en la naturaleza, es decir el campo eléctrico es unievaluado, así que a cada punto del espacio se le asigna un vector campo eléctrico, a menos que este se anula. El hecho de que las líneas de campo no se interceptan está asociado con el hecho de que el $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}$, condición que debe cumplir todo campo electrostático, lo cual garantiza que no toda función de la posición \vec{r} , puede ser considerada como un campo eléctrico. Además existen puntos, llamados *críticos*, para los cuales el campo se anula, en dicho caso no se tiene garantía de que se crucen las líneas de campos, o que no pase ninguna línea por allí y en algunos casos las líneas de campo pueden no exhibir continuidad, en dicho caso habrá una interrupción de éstas líneas, lo cual ocurre en regiones donde hay carga o fuente localizada, esto quiere decir que la continuidad del campo se ve interrumpida por la presencia de fuente.

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

En particular, el campo generado por una carga puntual Q , viene dada por la expresión (5.14), al escribirse en coordenadas cartesianas bidimensional toma la siguiente forma,

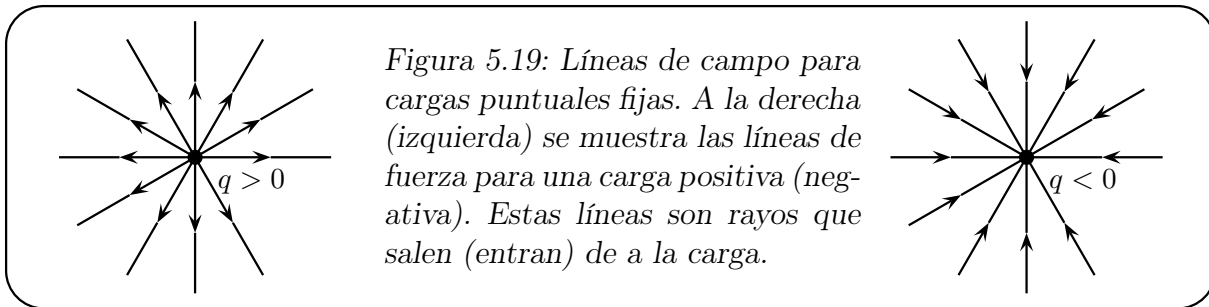
$$\vec{E}(x, y) = kQ \left[\frac{x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \hat{i} + \frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \hat{j} \right] \quad (5.16)$$

donde la carga Q se ha colocado en el origen del sistema de coordenada y la carga de prueba en el punto con coordenada (x, y) . Dicho campo eléctrico es electrostático,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \hat{k} = -3KQ \left[\frac{xy - yx}{(x^2 + y^2)^{5/2}} \right] \hat{k} = \vec{0} \quad \text{si } \vec{x} \neq \vec{0}$$

por ello las líneas de campo no se cruzan en ningún punto del espacio salvo en el origen, para el cual no es posible establecer que $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0}$.

Las líneas de fuerza para una carga puntual, son un conjunto de rectas que salen de la carga si esta es positiva, y entran a la carga si esta es negativa, como se indica en la Fig. 5.19. Adicionalmente, se puede decir que el campo eléctrico generado por una carga puntual es isótropo, puesto que la magnitud del campo depende de la distancia radial que va desde la carga al punto. En consecuencia, la magnitud del campo no varía a medida que se cambia la dirección del campo, esto es si nos movemos por un círculo de radio constante.



Para obtener las líneas de campos que se indican en la Fig. 5.19, desde el punto de vista analítico, se debe resolver la expresión (5.15) con el campo eléctrico expresado en (5.16), esto es,

$$\vec{E}(\vec{r}) = \Lambda \frac{d\vec{r}}{dt} \implies \begin{cases} \Lambda \frac{dx}{dt} = KQ \frac{x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \\ \Lambda \frac{dy}{dt} = KQ \frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \end{cases} \implies \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{y}{x}$$

al resolver esta ecuación se obtiene que $y = mx$ donde m es una constante de integración y que a su vez es interpretada como la pendiente de la recta que pasa por el origen. Esto genera una familia de recta, tantas como valores de m se den, que representan las líneas de campo sin orientación. La orientación queda fijada al sustituir $y = mx$ en la expresión del campo eléctrico (5.16) y después de analizar el sentido del vector para valores positivos y negativos de m y la coordenada x .

5.4. Movimiento de carga en un campo eléctrico

En esta sección, estudiaremos el movimiento de carga a través de una región de campo eléctrico, despreciando los efectos magnéticos que se originan debido al movimiento de la carga (así como los

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

efectos de autointeracción). Cuando un cuerpo de carga Q y masa m ingresa a una región de campo eléctrico $\vec{E}(\vec{r})$, el cual es electrostático, entonces sobre él actuara la fuerza eléctrica debido al campo, es decir $\vec{F}_{\text{elec}} = Q\vec{E}(\vec{r})$. Así, la dinámica del cuerpo a baja velocidades, queda regida por la segunda ley de Newton,

$$\sum \vec{F} = m\vec{A} \implies Q\vec{E}(\vec{r}) + \vec{F}_{\text{mec}} = m\vec{A} \quad (5.17)$$

donde \vec{F}_{mec} es la resultante de todas las fuerza mecánicas que existan en el problema, tales fuerzas pueden ser: la fuerza gravitacional, la tensión, la fuerza ejercida por resorte, la normal, entre otras.

Si la aceleración es una función explícita del tiempo, podemos obtener una formulación integral para la posición y la velocidad en función del tiempo. Tal formulación es una integración directa a partir de la aceleración, esto es:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \int_0^t (t-t')\vec{A}(t')dt' \quad (5.18a)$$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{A}(t')dt' \quad (5.18b)$$

Si en particular la aceleración es constante, esto es $\vec{A}(t) = \vec{A}_0$, entonces las ecuaciones (5.18) se integran fácilmente para obtener

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{A}_0 t^2, \\ \vec{v}(t) &= \vec{v}_0 + \vec{A}_0 t, \end{aligned}$$

de estas expresiones se puede eliminar el parámetro t para obtener la siguiente relación

$$v^2 = v_0^2 + 2\vec{A} \cdot \Delta\vec{r}.$$

Movimiento de una carga en un campo eléctrico uniforme

En ausencia de fuerzas mecánicas (\vec{F}_{mec}) y en presencia de un campo eléctrico homogéneo y constante \vec{E}_0 , la aceleración de un cuerpo de masa m y carga Q viene dada por la relación (5.17), esto es $\vec{A} = \frac{Q}{m}\vec{E}$. Por consiguiente, las ecuaciones de la cinemática con aceleración constante conducen a:

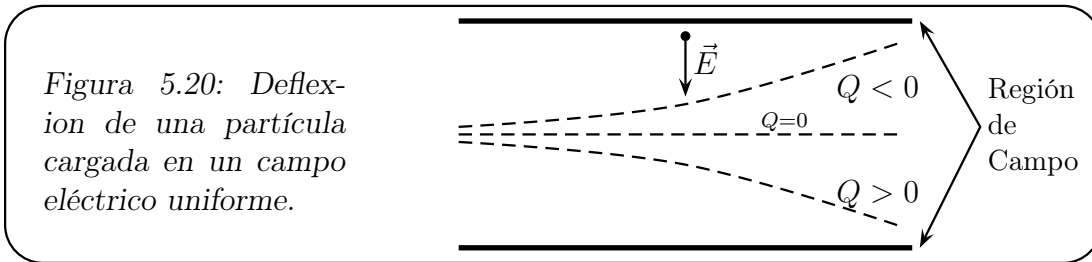
$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{A}t^2 = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{Q\vec{E}}{2m}t^2, \\ \vec{v}(t) &= \vec{v}_0 + \vec{A}t = \vec{v}_0 + \frac{Q\vec{E}}{m}t, \\ v^2 &= v_0^2 + 2\vec{A} \cdot \Delta\vec{r} = v_0^2 + \frac{2Q}{m}\vec{E} \cdot \Delta\vec{r}. \end{aligned}$$

A partir de estas expresiones se puede extraer las siguientes propiedades:

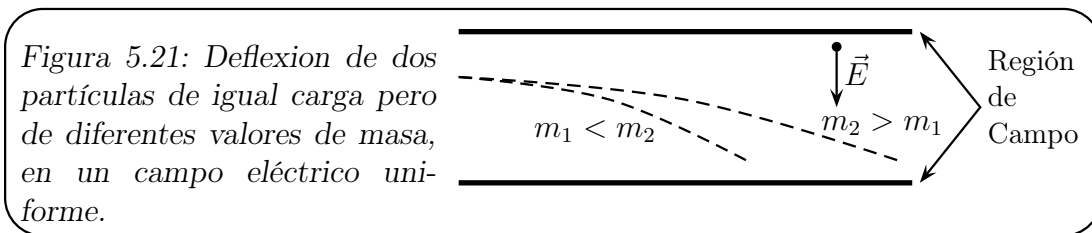
- ✍ Una partícula cargada positivamente ($Q > 0$), se desvía en la dirección del campo, una partícula cargada negativamente se desvía en dirección contraria al campo y una partícula neutra se mueve

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

en línea recta tal como se muestra en la siguiente figura 5.20.



↗ La trayectoria de un cuerpo cargado depende de la masa, a diferencia de un cuerpo que se mueve bajo la aceleración de la gravedad, de manera que el alcance de la trayectoria será mayor mientras la masa se haga muy grande y el alcance se hará menor a medida que la masa sea pequeña. En la siguiente figura se muestran las trayectorias de dos partículas con igual carga pero masas distintas, las cuales son lanzadas bajo la misma condiciones.



Movimiento de una carga en un campo no homogéneo

Supongamos el caso de una dimensión, de manera que la componente de campo eléctrico depende de la posición x , entonces en ausencia de fuerzas mecánicas la aceleración $A_x = \frac{Q}{m}E(x)$ no es constante, debido a la dependencia de la posición. Para encontrar la componente horizontal de la velocidad, denotada por v_x , debemos integrar la aceleración, para ello se aplica regla de la cadena,

$$A_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{dv_x}{dx} \frac{dx}{dt} = v_x \frac{dv_x}{dx} .$$

Sustituyendo la aceleración por $\frac{Q}{m}E(x)$ y luego integrar, se tiene

$$\int_{v_0}^{v_x(x)} v_x du_x = \frac{Q}{m} \int_{x_0}^x E(x) dx \quad \Rightarrow \quad v_x^2(x) = v_0^2 + \frac{2Q}{m} \int_{x_0}^x E(x) dx ,$$

luego para encontrar la posición se debe despejar la velocidad colocar $v_x = \frac{dx}{dt}$ e integrar esta ecuación nuevamente. Para ello conviene denotar la integral del campo como $V(x) = - \int_{x_0}^x E(x) dx$, y luego,

$$v_x(x) = \sqrt{v_0^2 - \frac{2Q}{m}V(x)} \quad \Rightarrow \quad \frac{dx}{dt} = \sqrt{v_0^2 - \frac{2Q}{m}V(x)} ,$$

integrando en ambos lados, resulta

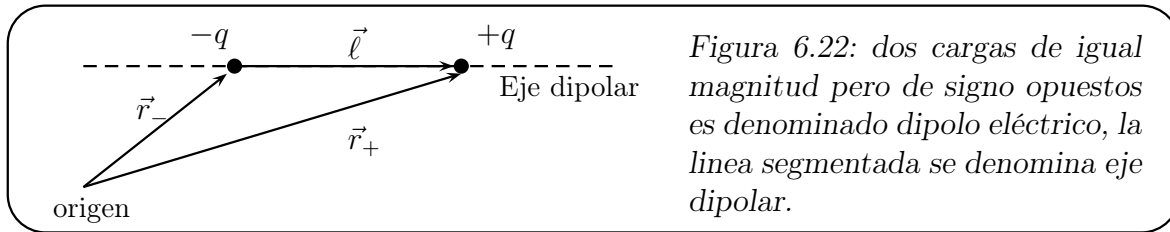
$$\int_{x_0}^{x(t)} \frac{dx}{\sqrt{v_0^2 - \frac{2Q}{m}V(x)}} = \int_0^t dt \quad \Rightarrow \quad t = \int_{x_0}^{x(t)} \frac{dx}{\sqrt{v_0^2 - \frac{2Q}{m}V(x)}} ,$$

Es posible agregarle la interacción gravitacional al problemas mostrado aquí, pero esto produce una sutil complicación matemática que se puede seguir sin dificultad.

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

6. Dipolo eléctrico

Se llama **dipolo eléctrico** a un sistema de dos cargas puntuales para lo cual, sus cargas son iguales en magnitud pero de signo opuesto. Ambas cargas se encuentran separadas por una distancia ℓ . Tal distancia, se supone que es mucho menor en comparación con la distancias de aquellos puntos en que se determina el campo eléctrico del sistema. El eje que pasa por los centros de ambas carga recibe el nombre de *eje del dipolo*, tal como se muestra en la figura 6.22.



El dipolo eléctrico se caracteriza por una cantidad llamada **momento dipolar**, el cual tiene la siguiente expresión,

$$\vec{p} = q\vec{\ell} \quad \text{con } q > 0 \quad (6.19)$$

donde $\vec{\ell} \stackrel{\text{def}}{=} \vec{r}_- - \vec{r}_+$ es un vector de magnitud igual a la separación de las cargas y está dirigido a lo largo del eje del dipolo desde la carga negativa a la positiva. Los vectores \vec{r}_- y \vec{r}_+ son las posiciones de $-q$ y $+q$, respectivamente.

Para el caso de un sistema de N partículas cargadas con q_1, q_2, \dots, q_N , el momento dipolar viene dado por la siguiente expresión,

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{i=N} q_i \vec{r}_i \quad (6.20)$$

siendo \vec{r}_i la posición de la carga q_i . Obsérvese que se obtiene el resultado (6.19) cuando el sistema está conformado por dos carga de igual magnitud pero de signos opuesto, es decir $q_1 = q$ y $q_2 = -q$.

El momento dipolar exhibe un propiedad interesante, la cual es satisfecha por todo los cuerpos de la naturaleza que son eclécticamente neutros.

Si la carga neta de un sistema es cero, esto es $\sum q_i = 0$, el vector momento dipolar eléctrico \vec{p} es independiente del origen del sistema de coordenada que se se utilice para calcularlo.

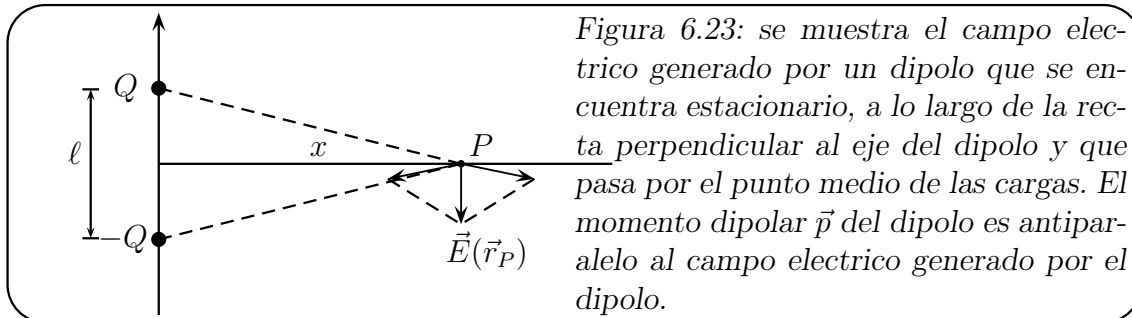
Esto puede demostrarse de manera muy sencilla, ya que si cambiamos el origen de un sistema de coordenada a otro, el cual se encuentra desplazado con respecto al primero en un vector \vec{D} . Entonces, todas las posiciones respecto a este nuevo origen serán $\vec{R}_i = \vec{D} + \vec{r}_i$, así el momento dipolar eléctrico en el nuevo origen es:

$$\vec{p}_R = \sum_{i=1}^{i=N} q_i \vec{R}_i = \sum_{i=1}^{i=N} q_i (\vec{D} + \vec{r}_i) = \left(\sum_{i=1}^{i=N} q_i \right) \vec{D} + \sum_{i=1}^{i=N} q_i \vec{r}_i = \vec{p}$$

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

6.1. Campo de un dipolo eléctrico

Estamos interesados en mirar el campo eléctrico que genera un dipolo eléctrico sobre un eje perpendicular al eje del dipolo el cual corta en el punto medio entre ambas cargas. Tal como se ilustra en la Fig. 6.23.



Según el principio de superposición, el campo eléctrico en el punto P será la suma vectorial de los campos producidos en dicho punto por las cargas Q y $-Q$ ubicadas en las posiciones \vec{r}_+ y \vec{r}_- respectivamente. Así,

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}_P) &= \vec{E}_Q(\vec{r}_P) + \vec{E}_{-Q}(\vec{r}_P), \\ &= \frac{KQ}{|\vec{r}_{P+}|^3} \vec{r}_{P+} + \frac{K(-Q)}{|\vec{r}_{P-}|^3} \vec{r}_{P-}, \\ &= \frac{KQ}{|\vec{r}_{P+}|^3} (\vec{r}_P - \vec{r}_+) + \frac{K(-Q)}{|\vec{r}_{P-}|^3} (\vec{r}_P - \vec{r}_-), \end{aligned}$$

se observa a partir de la figura 6.23 que la distancia entre las cargas y el punto P son iguales, esto es:

$$|\vec{r}_{P-}| = |\vec{r}_{P+}| = \left[\left(\frac{\ell}{2} \right)^2 + x^2 \right]^{1/2} = \frac{\sqrt{\ell^2 + 4x^2}}{2},$$

donde ℓ es la longitud que separa a las dos cargas. Al sustituir esta expresión en el campo eléctrico nos queda:

$$\vec{E}(\vec{r}_P) = -\frac{8KQ}{[\ell^2 + 4x^2]^{3/2}} (\vec{r}_+ - \vec{r}_-) = -\frac{8KQ\vec{\ell}}{[\ell^2 + 4x^2]^{3/2}} = -\frac{8K\vec{p}}{[\ell^2 + 4x^2]^{3/2}} \quad (6.21)$$

donde $\vec{p} = Q\vec{\ell}$ corresponde al momento dipolar del dipolo, observándose que el campo eléctrico es antiparalelo al momento dipolar de un dipolo eléctrico. La distancia x puede obtenerse tomando la magnitud del siguiente vector

$$\vec{x} = \vec{r}_P - \frac{\vec{r}_+ + \vec{r}_-}{2},$$

el cual tiene como cola el punto medio entre las dos carga y como punta la posición del punto P . Con esto, se obtiene una expresión que es independiente del origen del sistema de coordenada. Desde luego, el punto donde se calcula el campo debe estar sobre cualquier punto sobre un eje perpendicular al eje del dipolo y el cual cruza por el punto medio entre las cargas.

Ahora supongamos que $\ell \ll x$, lo cual indica que la distancia entre las cargas es muy pequeña comparada con la distancia del punto donde se calcula el dipolo. Otra forma de decir esto, es que la

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

distancia entre las dos carga se hace cada vez mas pequeña a medida que nos alejamos del dipolo. Entonces, el campo eléctrico toma la siguiente forma:

$$\vec{E}(\vec{r}_P) = -\frac{K\vec{p}}{x^3} = \frac{8K\vec{p}}{|4\vec{r}_p - (\vec{r}_{PQ} + \vec{r}_{PQ-})|^3}. \quad (6.22)$$

Obsérvese que el campo decae como $\frac{1}{x^3}$ a diferencia de una carga puntual que va como $\frac{1}{x^2}$. En tal sentido, podemos decir que el campo del dipolo decae más rápido que para las cargas puntuales.

6.2. Dinámica de un dipolo eléctrico

Estudiemos el comportamiento de un dipolo eléctrico, en presencia de un campo eléctrico externo uniforme \vec{E}_0 . Estudiemos la dinámica traslacional y rotacional del dipolo, para ello analizaremos la dinámica que es originada por la fuerza eléctrica debida al campo externo y el torque que actúa sobre el dipolo eléctrico.

El estudio de la dinámica de traslación, se inicia al considerar la fuerza que actúa sobre cada carga. Despreciando las interacciones mecánicas sobre el dipolo, que mantiene a las cargas separadas a una distancia ℓ , se tendrá únicamente la fuerza debida al campo eléctrico ($\vec{F}_{\pm} = \pm Q\vec{E}_0$) y la fuerza eléctrica debida a cada carga (ley de Coulomb).

El dipolo eléctrico, considerado como un sistema permanece en equilibrio de traslación. Esto es debido a que, la fuerza sobre el centro de masa del sistema es cero, en efecto:

$$\begin{aligned} M_T \vec{A}_{cm} &= m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 = \sum \vec{F}_1 + \sum \vec{F}_2 \\ &= (\vec{F}_{+-} + Q\vec{E}_0) + (\vec{F}_{-+} - Q\vec{E}_0), \\ &= \vec{F}_{+-} + \vec{F}_{-+} = \vec{F}_{+-} - \vec{F}_{+-} = \vec{0} \end{aligned} \quad (6.23)$$

esto implica que el sistema no se acelera, por lo que la velocidad del centro de masa permanecerá constante. Si inicialmente el sistema está en reposo, entonces se puede concluir que el dipolo no se traslada.

Ahora examinemos la dinámica rotacional del sistema, para ello calculemos el torque neto sobre el sistema,

$$\begin{aligned} \vec{\tau}_{neto} &= \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 = \vec{r}_+ \times (\vec{F}_{+-} + Q\vec{E}_0) + \vec{r}_- \times (\vec{F}_{-+} - Q\vec{E}_0) \\ &= (\vec{r}_+ - \vec{r}_-) \times \vec{F}_{+-} + Q(\vec{r}_+ - \vec{r}_-) \times \vec{E}_0 = \vec{\ell} \times \vec{F}_{+-} + Q\vec{\ell} \times \vec{E}_0 \\ &= \vec{\ell} \times \vec{F}_{+-} + \vec{p} \times \vec{E}_0 \end{aligned}$$

como la fuerza \vec{F}_{+-} es antiparalela al vector $\vec{\ell}$ se puede ver que $\vec{\ell} \times \vec{F}_{+-} = \vec{0}$, entonces el torque sobre el dipolo toma la siguiente forma:

$$\vec{\tau}_{neto} = \vec{p} \times \vec{E}_0. \quad (6.24)$$

Esto asegura que el dipolo puede rotar alrededor de su centro de masa sin que este se traslade. La aceleración angular que adquiere el dipolo viene dada por:

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{\tau}_{neto}}{I_{cm}} = \frac{\vec{p} \times \vec{E}_0}{I_{cm}} \quad (6.25)$$

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

donde I_{cm} es el momento de inercia del sistema de dos cargas alrededor del centro de masa, el cual viene dado por:

$$I_{cm} = m_1 \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + m_2 \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}(m_1 + m_2)\ell^2.$$

Calculemos ahora la velocidad angular del sistema, para ello tomemos la magnitud de (6.25), y usemos la regla de la cadena,

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{pE_0}{I_{cm}} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \\ \frac{d\omega}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} &= \frac{pE_0}{I_{cm}} \cos \theta \\ \frac{d\omega}{d\theta} \omega &= \frac{pE_0}{I_{cm}} \cos \theta \end{aligned}$$

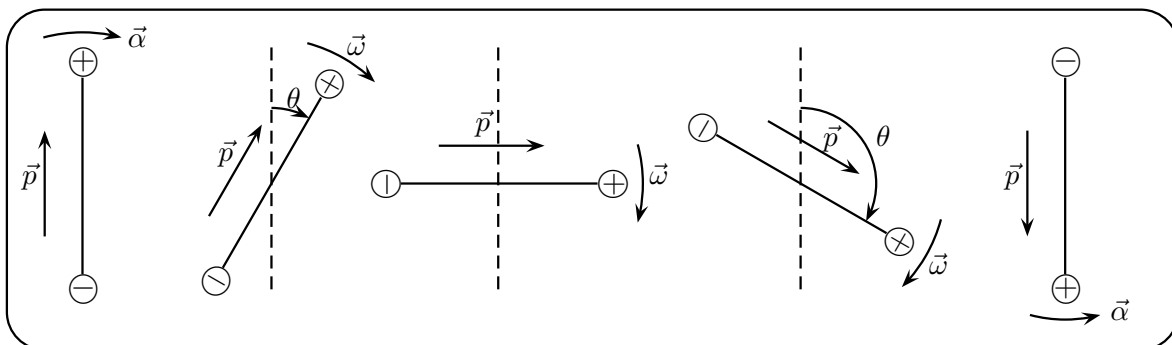
integrando ambos lados, desde que el dipolo está en $\theta = 0$ cuando $t = 0$ hasta θ en un tiempo t , resulta:

$$\begin{aligned} \int_0^\omega \omega' d\omega' &= \frac{pE_0}{I_{cm}} \int_0^\theta \cos \theta' d\theta' \\ \frac{\omega^2}{2} &= \frac{pE_0}{I_{cm}} \sin \theta \\ \omega &= \sqrt{\frac{2pE_0}{I_{cm}} \sin \theta} \quad \text{con } 0 \leq \theta \leq \pi \end{aligned}$$

Obsérvese que el ángulo debe estar acotado, indicándonos que el dipolo en presencia de un campo eléctrico rota de la siguiente manera:

- ☛ El dipolo se acelera angularmente, a partir del reposo, rotando en sentido horario hasta que el momento dipolar se orienta con el campo eléctrico. Lo cual se logra cuando $\theta = \frac{\pi}{2}$.
- ☛ En $\theta = \frac{\pi}{2}$ la aceleración angular es cero, pero la velocidad angular es máxima. Por consiguiente, el dipolo eléctrico no se queda en dicha posición, debido a la inercia que tiene en el instante de que pasa por la posición de equilibrio inestable.
- ☛ Para $\theta > \frac{\pi}{2}$, el sistema se desacelera angularmente hasta detenerse en $\theta = \pi$. Debido a que la aceleración que posee el dipolo, éste comienza a rotar en sentido antiorario en forma acelerada, hasta que llega a su posición inicial. Repitiéndose nuevamente el movimiento.

El movimiento del dipolo en el campo eléctrico uniforme, orientado horizontalmente y a la derecha, es tal que su momento dipolar tiende alinearse con la dirección del campo, tal como se indica en la siguiente secuencia:



Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

El movimiento no es armonico simple, pero si periódico. En tal sentido, el periodo de la oscilación para este movimiento viene dado por:

$$T = \sqrt{\frac{2I_{cm}}{pE_0}} \int_0^\pi \frac{d\theta}{\sqrt{\sin \theta}} \quad (6.26)$$

Si promediamos el momento dipolar eléctrico durante un período, se debe observar que la única componente que sobrevive es aquella que se alinea con el campo eléctrico, de forma que,

$$\langle \vec{p} \rangle = 2Q\ell \hat{E}_0.$$

donde Q es la carga del dipolo, ℓ la separación entre el par de cargas y \hat{E}_0 es el versor orientado en la dirección del campo eléctrico uniforme.

6.3. Trabajo realizado sobre un dipolo eléctrico

La rotación que experimenta el dipolo en presencia de un campo eléctrico uniforme \vec{E}_0 es a consecuencia del torque ejercido sobre el dipolo, transfiriendo la energía de rotación necesaria al dipolo para que éste intente alinearse con el campo eléctrico externo. Tal transferencia de energía se contabiliza mediante el trabajo realizado por el torque,

$$W_\tau^{[\theta_0, \theta_f]} = \int_{\theta_0}^{\theta_f} |\vec{\tau}_{neto}| d\theta = \int_{\theta_0}^{\theta_f} |\vec{p}| |\vec{E}_0| \sin(\frac{\pi}{2} - \theta) d\theta = \vec{p}_f \cdot \vec{E}_0 - \vec{p}_0 \cdot \vec{E}_0 \quad (6.27)$$

donde \vec{p}_0 y \vec{p}_f representan a los momentos dipolares para la configuración en la cual el dipolo eléctrico se encuentra en las posiciones angulares θ_0 y θ_f , respectivamente. Desde luego que este trabajo es independiente de la trayectoria efectuada por el dipolo al momento de la rotación, por lo cual el torque se encuentra asociado a una fuerza de tipo conservativa, y con ello es posible asignar una energía potencial U_τ con la cual se pueda contabilizar la cantidad de energía que le transfiere el torque.

Cuando un torque, realizado por fuerzas conservativas, actúa sobre un cuerpo, entonces el trabajo realizado por dicho torque para desplazarlo angularmente desde una posición A hasta otra B , puede ser expresado mediante el cambio de energía potencial asociado al torque, estableciéndose la siguiente igualdad $W_\tau^{[A, B]} = -\Delta U_\tau$, mediante identificación directa de esta expresión junto a (6.27), se puede establecer que,

$$U_\tau = -\vec{p} \cdot \vec{E}_0. \quad (6.28)$$

Esta es la energía que adquiere el dipolo para tratar de orientarse con el campo, desde luego la energía potencial está indeterminada por la suma de un valor constante que fija el nivel de energía potencial cero. En nuestro caso, se ha elegido como potencial cero aquella configuración en la cual el dipolo eléctrico se encuentra orientado perpendicularmente al campo eléctrico. Advertimos que la energía potencial del dipolo es construida con (6.28) más la energía de interacción eléctrica entre las cargas que conforman al dipolo, energía que estudiaremos luego.

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

Problema 6.1 🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰🍰

En los vértices inferiores de un cuadrado de arista b se encuentran ubicadas las cargas Q y $2Q$ (de izquierda a derecha), y en los vértices superiores se ubican las cargas $-2Q$ y $-Q$ (de izquierda a derecha), de manera que el sistema se encuentra neutro. (a) Determine el campo eléctrico en centro del cuadrado. (b) Al colocar este sistema en un campo eléctrico uniforme $\vec{E} = E_0\hat{i}$, determine el torque sobre el sistema. (c) Que trabajo debe realizar un agente externo para rotar al sistema 30° en sentido horario.

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

7. Problemas

1. Sobre dos cargas, cuyos valores son $Q = 2 \times 10^{-3} \text{coul}$ y $q = 4 \times 10^{-5} \text{coul}$, actúa una fuerza repulsiva de magnitud igual a 20Nw . ¿Cuál es la distancia que separa a dichas cargas? **Resp.** 6m
2. La suma de la carga de dos partículas es de 1coul , y la magnitud de la fuerza atractiva entre ellas cuando se encuentran una distancia de $3 \times 10^{-4} \text{m}$ es de 20Nw . (a) Obtenga el valor de cada carga; (b) Cuál sería el valor de las cargas si la fuerza fuese repulsiva.

Resp. (a) 1coul y 2coul . (b) No hay tal configuración.

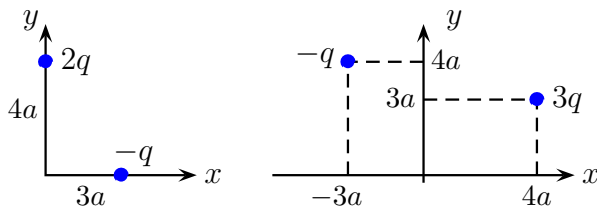
3. Dos cargas negativas de igual magnitud están separadas a una distancia de $0,3 \text{m}$ y su repulsión electrostática es de 40Nw . Obtenga el valor de la carga. **Resp.** $\pm 2 \times 10^{-5} \text{coul}$

4. Dos cargas, de igual magnitud $Q > 0$, se encuentran separadas entre si por una distancia horizontal d conocida. Donde se debe colocar una tercera carga positiva $q > 0$ para que la fuerza sobre dicha carga se anule **Resp.** En el punto medio de ambas cargas.

5. Sobre dos esferas conductoras idénticas actúa una fuerza repulsiva de $32,4 \text{Nw}$ de magnitud cuando se encuentran separadas una distancia de $0,5 \text{m}$. Luego se conectan entre si mediante un alambre conductor delgado de manera que la carga se redistribuyen entre los conductores hasta alcanzar el equilibrio electrostático. Después de remover el alambre ambas esferas actúa una fuerza repulsiva de $3,6 \text{Nw}$. Determine las cargas iniciales y finales de cada esfera, si inicialmente la carga es positiva.

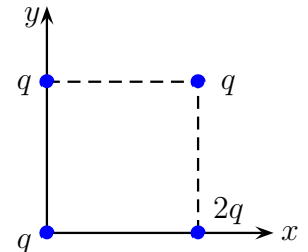
Resp. carga inicial $3 \times 10^{-5} \text{coul}$ y cargas finales $(-3 + \sqrt{10}) \times 10^{-5} \text{Coul}$ y $(3 + \sqrt{10}) \times 10^{-5} \text{Coul}$

6. En las configuraciones que se muestran abajo, determine la fuerza sobre la carga $-q$ debido a la otra, adicionalmente encuentre la norma y dirección del vector fuerza. Mida la dirección respecto al semieje horizontal positivo y admita que los parámetros a y q son positivos y conocidos.



Resp. (a) $\vec{F} = \frac{2kq^2}{125a^2}(-3\hat{i} + 4\hat{j})$, $|\vec{F}| = \frac{2kq^2}{25a^2}$ la dirección es aproximadamente $\frac{141\pi}{20} \text{Rad}$.
 (b) $\vec{F} = \frac{3kq^2}{250\sqrt{2}a^2}(7\hat{i} - 1\hat{j})$, $|\vec{F}| = \frac{3kq^2}{50a^2}$ la dirección es aproximadamente $\frac{191\pi}{20} \text{Rad}$

7. En los vertices de un cuadrado de arista b , se encuentran colocadas un conjunto de cuatro cargas tal como se muestra en la figura adjunta. (a) Calcule la fuerza que actúa sobre las cargas ubicadas en los vértices (a, a) y el origen. (b) Puede establecer si estas fuerzas pueden ser consideradas un par acción y reacción, justifique su respuesta. (c) Encuentre la comparación entre la norma de la fuerza que actúa sobre la carga $2q$ y la carga q .



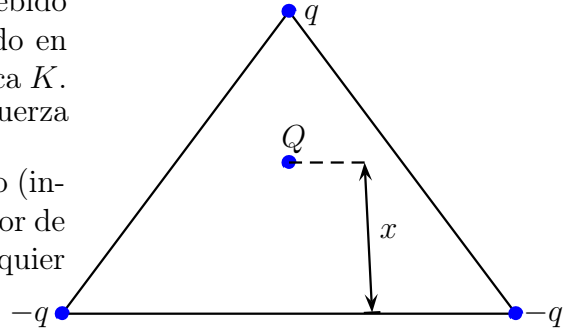
Resp. (c) $\frac{\sqrt{9+\sqrt{2}}}{2}$

8. Cuál es la fuerza que actúa una carga colocada en el centro de un cuadrado de lado a , sabiendo que las cargas en sus vertices superiores es $-2q$ y en los inferiores es $+q$
9. Tres partículas cargadas, con cargas $-q$ y q , están dispuestas en los vértices de un triángulo equilátero de lado b tal como se muestra en la figura. Al colocar una cuarta carga Q , a una altura x ,

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

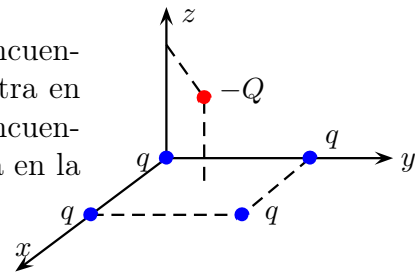
sobre la recta que pasa por q y corta a la mitad el segmento que une a las dos cargas negativas (mediana), responda,

- (a) La fuerza eléctrica que actúa sobre la carga Q debido al sistema de tres cargas, y exprese dicho resultado en término de las variables x , Q , b y la constante eléctrica K .
- (b) Encuentre el valor de la variable x , para el cual la fuerza eléctrica sobre Q se anule.
- (c) Si la carga Q se coloca en el baricentro del triángulo (intersección de las tres medianas), cual debe ser el valor de dicha carga para que la fuerza resultante sobre cualquier carga q se anule.

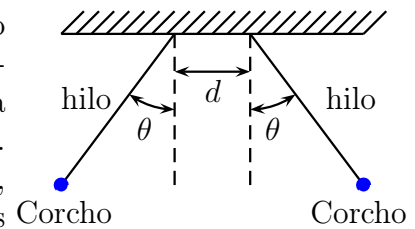


10. Considere la distribución de tres cargas $q_1 = 1\mu\text{coul}$, $q_2 = 2\mu\text{coul}$ y $q_3 = -1\mu\text{coul}$ ubicadas en el espacios cuyas coordenada son $(0, 0, 1)$, $(0, 0, 0)$ y $(1, 0, 0)$ respectivamente. Calcule la fuerza eléctrica sobre la carga $Q = -2 \times 10^6\text{coul}$ ubicada en la coordenada $(1, 0, 1)$.
11. En las coordenadas $(a, 0, a)$, $(0, a, 0)$ y $(0, a, a)$ se encuentran las cargas $q_1 = Q$, $q_2 = -2Q$ y $q_3 = Q$ respectivamente. Encuentre la fuerza eléctrica sobre la carga q_2 , en función de los parámetros del sistema, a saber a , Q y la constante K . Discuta como cambiaría la fuerza si la cantidad Q fuese negativa ($Q < 0$).

12. Cuatro cargas idénticas de igual magnitud y carga positiva q se encuentran en los vértices de un cuadrado de lado $2a$, el cual se encuentra en en plano xy . En el centro del cuadrado y a una altura de $2a$ se encuentra una quinta carga negativa de valor $-Q$, tal como se encuentra en la figura adjunta. Obtenga la fuerza sobre la carga negativa.

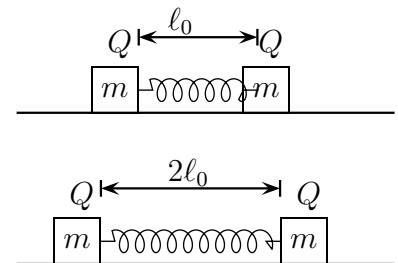


13. Dos esferas idénticas de corcho que poseen masa m y carga q (desconocida), están suspendida mediante hilos de longitud ℓ tal como se indica en cada figura. Los puntos mediante los cuales están atados los dos hilos al techo, se encuentran separados por una distancia d . (a) Obtenga el valor de la carga en términos de los datos dados. (b) Si los hilos se encuentran atados al techo en un mismo punto, determine que la deflexion de los hilos es exactamente $\frac{\pi}{4}$ cuando los valores de carga, masa y longitud son $1 \times 10^{-4}\text{coul}$, $m = 18\text{Kg}$ y $\ell = 0,5\text{m}$ respectivamente.



Resp.(a) $q = (d + 2\ell \text{sen } \theta) \sqrt{\frac{mg \tan \theta}{k}}$ (b) haga $d = 0$ y despeje el ángulo.

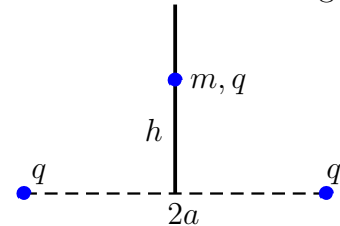
14. Dos bloques de masa m y carga Q (desconocida), se encuentran sobre una mesa horizontal sin fricción, unidos mediante un resorte de constante elástica k_0 . Cuando los bloques están descargados, el resorte se encuentra en su longitud natural ℓ_0 tal como se indica en la figura adjunta. Si los bloques adquieren carga Q , entonces el resorte se estira hasta una longitud $2\ell_0$ hasta alcanzar una nueva posición de equilibrio. (a) Determine cuanto se desplaza cada bloque después de adquirir la carga Q . (b) Obtenga una expresión para la carga Q en función de los datos.



Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

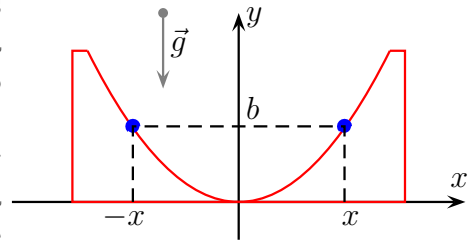
Resp.(a) $\frac{\ell_0}{2}$ (b) $Q = \sqrt{8\pi\epsilon_0 k_0 \ell_0^3}$

15. Dos cargas idénticas q , se encuentran fijas sobre una mesa horizontal y separadas a una distancia de $2a$, el valor de a es desconocido. Una tercera esfera de masa m y carga q es capaz de deslizar, sin fricción, por un barra aislante colocada rígidamente en la vertical, la cual pasa por el punto medio entre las dos cargas ubicadas en la mesa. Debido a la repulsión eléctrica entre las cargas, la esfera se encuentra inicialmente a una altura h por encima de la mesa tal como se muestra en la figura.



- (a) Obtenga una expresión para la fuerza ejercidas por las cargas sobre la esfera, en función de q , h , a y la constante eléctrica K .
- (b) Encuentre una expresión para la distancia a cuando la esfera alcanza por encima de la mesa el equilibrio, exprese el resultado en función de q , h y la constante eléctrica K .
- (c) Para que valores de h , la fuerza sobre la esfera se hace máxima o mínima.

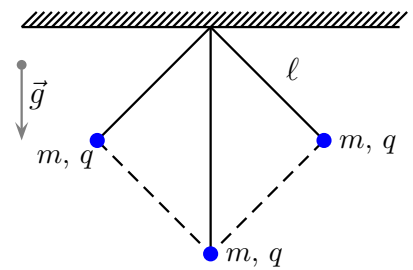
16. En una taza de cerámica posee en su interior una forma de arco de parábola, cuya ecuación queda descrita por $y = \frac{x^2}{b}$. Dos cuerpos de igual masa m y carga q , se encuentran a la misma altura b en el interior de la taza, bajo la acción del campo gravitacional terrestre, tal como se ilustra en la figura adjunta.



- (a) Determine que ambas masas se encuentran separadas por una distancia igual a $2b$. (b) Encuentre el valor de la carga eléctrica para que el sistema se mantenga en reposo, exprese su resultado en función de los parámetros m , g , b y la constante eléctrica.

Resp.(a) determine que el valor de x es b (b) $q = 2b\sqrt{\frac{2mg}{K}}$

17. Tres partículas idénticas, de masa m y cargadas con carga $q > 0$, cuelgan de un techo mediante hilos aislantes tal como se ilustra en la figura. Cuando las cargas se ubican en los vértices de un cuadrado de lado ℓ , el sistema permanece en equilibrio. En presencia del campo gravitacional terrestre responda: (a) ¿cuál es el valor de la carga q ?; (b) Determine la tensión ejercida por el hilo que se encuentra vertical.

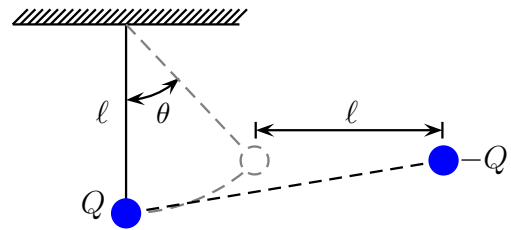
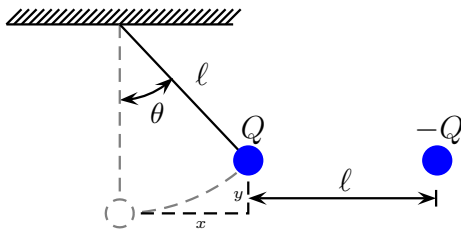


Resp.(a) $q = \sqrt{\frac{2mg\ell^2}{(1+2\sqrt{2})K}}$ (b) $\frac{15-2\sqrt{2}}{7}mg$

18. Una esfera de masa m , con carga positiva Q , está suspendida mediante un hilo aislante de longitud ℓ , en presencia del campo gravitacional terrestre. Otra esfera con carga negativa $-Q$ se encuentra a la derecha de la primera y a una distancia horizontal de longitud ℓ tal como se muestra en la figura de abajo. (a) Calcule el ángulo para el cual se inclina la carga positiva, así como la posición (x, y) indicadas. (b) Encuentre el lugar, sobre la recta que conecta a las cargas, donde se deba colocar una tercera carga negativa $-2Q$ para que la esfera con carga positiva se mantenga suspendida

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

verticalmente.

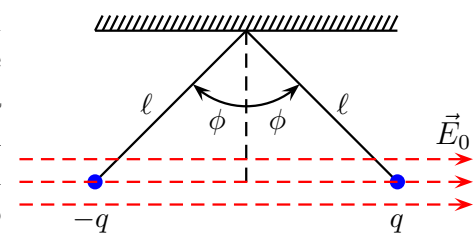
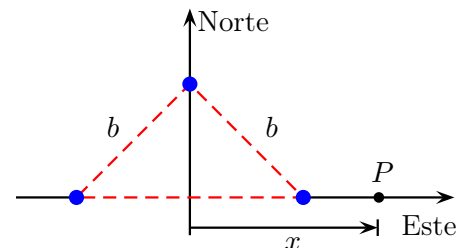


Resp. (a) $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{KQ^2}{mga^2} \right)$ (b) a izquierda de Q a una distancia de $\ell\sqrt{6 - 4\cos(\theta + \pi/4)}$

19. La magnitud de un campo eléctrico homogéneo es de $25 \frac{\text{Nw}}{\text{coul}}$. Determine la magnitud de la fuerza ejercida por dicho campo eléctrico, sobre una carga de 4coul ubicada en la posición $\vec{r} = (2\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k})\text{m}$. ¿La magnitud de la fuerza permanecerá constante?. ¿Cuál es la magnitud de la aceleración que experimenta dicha carga? si su masa es de 5Kg .
20. Sean q_1 y q_2 dos cargas conocidas, separada por una distancia horizontal ℓ , de forma que q_2 se encuentra a la derecha de q_1 . Muestre que el campo eléctrico generado por este par de cargas sólo puede anularse a lo largo de la línea recta que conecta que une a las cargas. Adicionalmente, demuestre que la relación entre la posición x (medida desde q_1 hasta el punto donde se anula el campo) con la separación de las cargas ℓ viene dada por:

$$\text{Para cargas de signo contrario} \quad \frac{x}{\ell} = \pm \frac{\sqrt{|q_1|}}{|\sqrt{|q_1|} - \sqrt{|q_2|}|} \quad \text{Para cargas de igual signo} \quad \frac{x}{\ell} = \frac{\sqrt{|q_1|}}{\sqrt{|q_1|} + \sqrt{|q_2|}}$$

21. Tres cuerpos cargados con igual carga q , están en los vértices de un triángulo equilátero de arista b tal como se indica en la figura adjunta. (a) calcule el campo eléctrico en el punto P ubicado a una distancia x del origen. (b) Al colocar una carga $2Q$ en el origen ¿cuál será la fuerza que actúa sobre dicha carga? e indique su dirección mediante los puntos cardinales.
22. Dos esferas de igual masa y con cargas de igual magnitud pero de signos opuestos, se encuentran suspendidas mediante cuerdas de igual longitud ℓ , formando un ángulo ϕ respecto a la vertical, en una región de campo eléctrico uniforme \vec{E}_0 , tal como se indica en la figura adjunta. Determine la magnitud para el campo eléctrico uniforme. Obtenga el ángulo ϕ cuando $q = 10^{-4}\text{coul}$, $m = 2\sqrt{3}\text{kg}$, $\ell = 0,5\text{m}$ y $E_0 = 18 \times 10^5 \frac{\text{Nw}}{\text{m}}$.



Resp. (a) $E_0 = \frac{mq}{q} \tan \phi + \frac{Kq}{4\ell^2} \csc^2 \phi$ (b) $\phi = \frac{\pi}{3}\text{rad}$.

23. En cada vértice de un tetraedro de lado ℓ y altura h , se encuentra colocada una carga positiva q , obtenga el vector campo eléctrico en el punto medio de la base del tetraedro debido a las cinco cargas.
24. Una carga $q = 5e$ se encuentra fija en el origen de un sistema de coordenada. A una distancia horizontal d y a la derecha de q se coloca otra carga $Q = -3e$, la cual puede moverse libremente sobre el eje horizontal. Este sistema se encuentra inmerso en una región de campo eléctrico uniforme

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

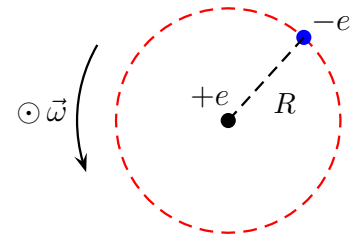
\vec{E}_0 que mantiene en reposo a la carga Q a la distancia d , (a) obtenga el vector campo eléctrico. (b) ¿Cuál será el campo eléctrico si la carga se detiene justo en $\frac{d}{2}$, después de ser colocada en d ?

Resp. (a) $E_0 = 5 \frac{Ke}{d^2}$ (b) $E_0 = 10 \frac{Ke}{d^2}$.

25. Un cuerpo de masa M y carga positiva Q se mueve de forma tal que su posición en función del tiempo es $x(t) = x_0 \cos(\omega t)$. Obtenga una expresión para el campo eléctrico en un punto a lo largo del eje horizontal y fuera de la región delimitada por $-x_0 \leq x \leq x_0$ y para el instante de tiempo t . ¿Será este campo homogéneo? ¿Será este campo de origen electrostático?

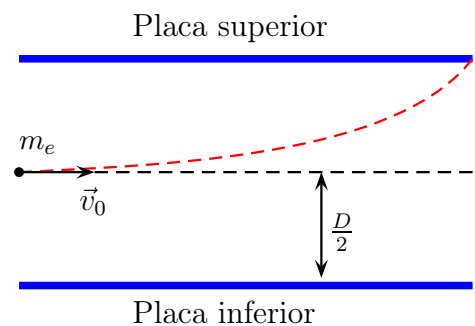
26. Una carga positiva Q se encuentra fija en el origen del sistema de coordenada. A la derecha de ésta carga y a una distancia d se encuentra otra carga negativa $-q$ de masa m , la cual puede desplazarse horizontalmente por un riel sin rozamiento. Si inicialmente la carga negativa se encuentra en reposo, (a) Halle el campo eléctrico generado por la carga positiva en función de la coordenada horizontal. (b) Encuentre una expresión para la aceleración de la carga negativa $-q$, será esta aceleración constante. (c) Obtenga el tiempo como función de la posición horizontal x . (d) Con qué rapidez y en qué tiempo llegará la carga $-q$ a la mitad de su recorrido. (e) Si Q fuera un protón y $-q$ un electrón, que tiempo le tardaría el electrón en llegar al protón. ¿colapsará el electrón sobre el protón?

27. Un electrón gira circularmente con una rapidez tangencial de $16 \frac{m}{s}$ alrededor de un protón, tal como se muestra en la figura adjunta. (a) ¿Cuál es el radio que describe la orbita del electrón? (b) ¿Qué rapidez debe tener el electrón para que su orbita sea de radio $R = 1 \times 10^{-10} m$? ¿Cuál es la frecuencia angular con la cual el electrón gira para una orbita de radio $R = 1 \times 10^{-10} m$?



Resp. (a) $R \approx 1m$ (b) $v \approx 2 \times 10^6 \frac{m}{s}$ (c) $\omega \approx 2 \times 10^{31} \frac{rad}{s}$

28. Un electrón entra con una rapidez desconocida v_0 a una región de campo eléctrico uniforme \vec{E}_0 creado por dos placas planas paralelas de longitud ℓ y separadas una distancia D . Tal como se muestra en la figura adjunta. Si el electrón pasa justamente por el borde superior de la lámina cuando sale de la región de campo: (a) Determine la rapidez inicial con que ingresa el electrón. (b) En cuanto tiempo el electrón tarda en salir de la región de campo eléctrico. (c) La rapidez con que el electrón sale de la región de campo así como el ángulo de salida.



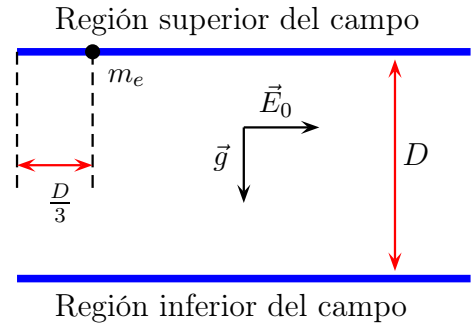
Resp. (a) $v_0 = \sqrt{\frac{eE\ell^2}{mD}}$ (b) $t = \sqrt{\frac{mD^2}{4eE\ell^2}}$ (c) $v = \sqrt{\frac{eE}{m} \frac{d^2 + \ell^2}{D}}$ y $\tan^{-1} \left(\frac{mgD^2}{eE\ell^2} \right)$

29. Una partícula de masa m y carga positiva Q , se desprende de la parte superior de una región de campo eléctrico, en virtud a la presencia del campo gravitacional \vec{g} que se encuentra dirigido de la parte superior a la inferior de la región de campo. La referida región de campo posee una longitud $2D$ y ancho D tal como se indica en la figura adjunta. El campo eléctrico dentro de la región es uniforme y se encuentra orientado en forma horizontal y apuntando a la derecha. Tomando el origen

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

del sistema de coordenada en la posición inicial de la partícula.

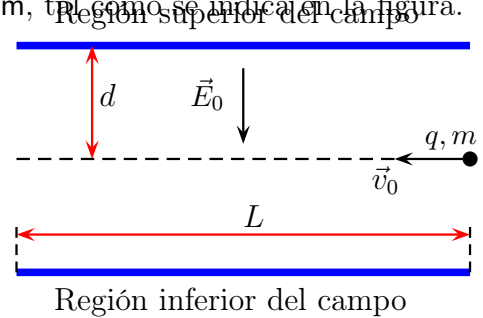
- (a) Determine que la trayectoria seguida por la partícula corresponde a un recta.
- (b) Si la magnitud del campo viene dada por $E_0 = \frac{3mg}{Q}$. ¿A qué altura, medida desde la posición inicial, saldrá la partícula de la región de campo?
- (c) ¿Qué tiempo tardará la partícula en salir de la región de campo eléctrico? admitiendo que el valor del campo está dado por $E_0 = \frac{3mg}{Q}$.



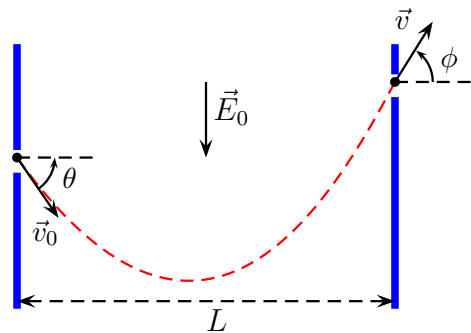
Resp. (a) $y(x) = -\frac{mg}{QE_0}x$ (b) $h = \frac{5D}{9}$ (c) $t = \sqrt{\frac{10D}{9g}}$

30. Un cuerpo de carga $q = 2\text{coul}$ y masa $m = 4\text{Kg}$ ingresa a una región de campo eléctrico con una rapidez de $v_0 = 2\frac{m}{s}$ en dirección horizontal. El campo eléctrico es uniforme, cuya magnitud es de $E_0 = 4\frac{Nw}{\text{coul}}$ y está orientado verticalmente desde la región superior del campo a la inferior. La región de campo es de espesor $2d = 32\text{m}$ y su longitud es de $L = 6\text{m}$, tal como se indica en la figura.

- (a) Determine que la trayectoria seguida por la partícula corresponde a un recta.
- (b) indique en qué lugar sale el cuerpo de la región de campo eléctrico
- (c) ¿Qué tiempo tardará el cuerpo en salir de la región de campo eléctrico?
- (d) ¿Cuál es la velocidad del cuerpo al salir de la región de campo eléctrico?



31. Una carga negativa $-Q$ entra a una región de campo eléctrico uniforme de longitud L , el cual apunta verticalmente hacia abajo con una magnitud igual a E_0 , tal como se indica en la figura adjunta. La carga incide con un ángulo θ medido respecto a la horizontal y abandona la región formando un ángulo ϕ medido respecto a la horizontal. Si la masa de la carga es Q , con qué rapidez la carga ingresa y abandona la región de campo



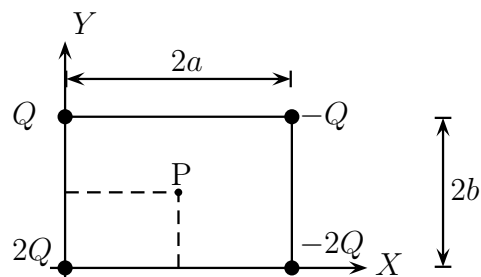
Resp. (a) rapidez de ingreso $v_0 = \sqrt{\frac{QE_0L \sec^2 \theta}{M(\tan \theta + \tan \phi)}}$ (b) rapidez de egreso $v = \sqrt{\frac{OE_0L \sec^2 \phi}{M(\tan \theta + \tan \phi)}}$

32. En una región de campo eléctrico uniforme $\vec{E} = E_0\hat{i}$ se encuentra un rectángulo de base $2a$ y altura $2b$, en cuyos vértices se encuentran colocadas cuatro cargas tal como se indica en la figura de manera que el sistema se encuentra desprovisto de carga.

- (a) Calcule el campo eléctrico en el punto P , indicado en la figura.
- (b) Al colocar una carga Q en el centro del rectángulo. ¿Qué fuerza actúa sobre dicha carga?
- (c) Como debe ser la magnitud del campo eléctrico E_0 para que no actúe fuerza sobre cualquier carga colocada en P .

Fenómenos eléctricos en distintos estados y bajo distintos modelos.

- (d) Encuentre el momento dipolar del sistema. ¿Depende este resultado de la elección del origen del sistema de coordenada? Explique.
- (e) Determine el torque neto sobre el sistema, e indique el sentido de rotación del sistema cuando se encuentra desacelerando angularmente.
- (f) Qué trabajo debe realizar un agente externo para alinear el dipolo del sistema, mostrado en la figura, con el campo eléctrico.



33. Considere tres cargas dispuestas en los vértices de un triángulo equilátero de lado ℓ , tal como se indica en la figura, admitiendo que el valor de q es positivo, responda:

- (a) Calcule el campo eléctrico en el origen.
- (b) Encuentre el momento dipolar del sistema. ¿Depende este resultado de la elección del origen del sistema de coordenada? Explique.
- (c) Determine el torque neto sobre el sistema cuando se aplica un campo eléctrico uniforme de magnitud E_0 en la dirección Este.
- (d) Qué trabajo debe realizar un agente externo para alinear el dipolo del sistema, mostrado en la figura, con el campo eléctrico.

